



**Thayná de Cássia Gomes da Silva**

### **Investigação Experimental e Numérica da Resistência ao Fendilhamento de Elementos de Concreto Simples e Armado sob Ação de Cargas Concentradas de Compressão**

#### **DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Maurício de Pina Ferreira

Belém – Pará – Brasil

2025

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil



**Thayná de Cássia Gomes da Silva**

**Investigação Experimental e Numérica da Resistência ao Fendilhamento de Elementos  
de Concreto Simples e Armado sob Ação de Cargas Concentradas de Compressão**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira**  
PPGEC – UFPA  
(Orientador)

**Prof. Dr<sup>a</sup>. Luciana de Nazaré Pinheiro Cordeiro**  
PPGEC – UFPA  
(Examinador Interno)

**Prof. Dr. Daniel Carlos Taissum Cardoso**  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)  
(Examinador Externo)



# INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DA RESISTÊNCIA AO FENDILHAMENTO DE ELEMENTOS DE CONCRETO SIMPLES E ARMADO SOB AÇÃO DE CARGAS CONCENTRADAS DE COMPRESSÃO

AUTORA:

**THAYNÁ DE CÁSSIA GOMES DA SILVA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRA EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 25/06/2025.

BANCA EXAMINADORA:

**Mauricio De Pina Ferreira**

Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira  
Orientador (UFPA)

**Daniel Carlos Taissum Cardoso**

Prof. Dr. Daniel Carlos Taissum  
Membro Externo (PUC/RJ)

**Luciana de Nazaré Pinheiro Cordeiro**

Profa. Dra. Luciana de Nazaré Pinheiro Cordeiro  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA



Escaneie a imagem para verificar a autenticidade do documento

Hash SHA256 do PDF original 810a9f73c8a39119e97c70515c4cadcc6315e08d279f5e6de64f81e8c56744a50  
<https://valida.ae/dce791c6973a8bc0db18b67dfc69caef29c98c4d0f3e29f3a>



**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S586i Silva, Thayná de Cássia Gomes da.  
Investigação Experimental e Numérica da Resistência ao  
Fendilhamento de Elementos de Concreto Simples e Armado sob  
Ação de Cargas Concentradas de Compressão / Thayná de Cássia  
Gomes da Silva. — 2025.  
102 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil, Belém, 2025.

1. Fendilhamento. 2. Concreto Armado. 3. Cargas  
concentradas. 4. Método de Bielas e Tirantes. 5. Elementos  
Finitos. I. Título.

CDD 624.1834

---

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTORA: Thayná de Cássia Gomes da Silva

TÍTULO: Investigação Experimental e Numérica da Resistência ao Fendilhamento de Elementos de Concreto Simples e Armado sob Ação de Cargas Concentradas de Compressão.

GRAU: Mestre      ANO: 2025

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. A autora reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito da autora.

---

Thayná de Cássia Gomes da Silva

Av. Augusto Corrêa, no 1, Campus Universitário do Guamá, Laboratório de Engenharia Civil. Guamá, Belém, Pará. CEP 66075-970

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

SILVA, T. C. G. Investigação Experimental e Numérica da Resistência ao Fendilhamento de Elementos de Concreto Simples e Armado sob Ação de Cargas Concentradas de Compressão. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2025.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte inesgotável de força, sabedoria e esperança. Foi Ele quem me sustentou nos momentos de dúvida e me guiou em cada passo desta jornada. Sem a Sua presença, nada disso faria sentido.

À minha família, meu porto seguro. Aos meus irmãos, minhas cunhadas, meus sobrinhos e ao meu padrasto Denison, por estarem sempre presentes com apoio, cuidado e revigorando minhas forças nos momentos que eu mais precisava. À minha mãe, Laize, meu exemplo de coragem, dedicação e amor incondicional, obrigada por ter acreditado nos meus sonhos mais do que eu mesma. Sua força me inspira diariamente e sua fé me impulsionou a continuar, mesmo quando tudo parecia difícil. Agradeço, em especial, ao meu primo Aécio, por ter despertado em mim o interesse pela pesquisa acadêmica e por estar sempre me encorajando a ir além.

Ao meu marido, Gabriel, meu parceiro de vida, que esteve ao meu lado nos dias bons e ruins. Obrigada por acreditar em mim quando eu mesma duvidava, por entender minhas ausências e por me dar amor e incentivo nos momentos em que eu mais precisei. Sua paciência e apoio foram fundamentais para que eu pudesse chegar até aqui.

Ao meu orientador, professor Maurício de Pina Ferreira, expresso minha gratidão não apenas pelas orientações acadêmicas, mas também pela amizade, pela paciência e pelos conselhos que sempre ultrapassaram os limites da pesquisa. Nossas reuniões foram muito mais do que momentos de orientação acadêmica, foram conversas que me ensinaram de forma simples e sincera sobre a importância de ser dedicada, responsável e fazer tudo com comprometimento. Obrigada por ser mais que um orientador, um exemplo de profissionalismo e uma referência que levarei comigo por toda a vida.

Aos meus amigos do NUMEA, grupo de pesquisa que se tornou uma segunda casa. Layse, Mayara, Arlene, Iana, Rafaela, Paulo, Manoel, Jedson e Geovane, obrigada pelas conversas, trocas e convivência ao longo dessa jornada. Um agradecimento especial ao Rodrigo, Erick, João, Karoline, Lucas, Carlos e Victor, vocês foram o meu braço direito e esquerdo durante toda a saga dos ensaios experimentais, muito obrigada pela dedicação, competência e parceria nessa etapa, que foi uma das mais difíceis durante todo esse processo. Sou profundamente grata por ter caminhado ao lado de pessoas tão comprometidas e generosas.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para essa conquista, meu muito obrigada.

## RESUMO

A abordagem da resistência ao fendilhamento em estruturas de concreto é um tema de grande relevância para a engenharia estrutural. Entretanto, devido à ausência de um método racional amplamente consolidado para o dimensionamento de elementos submetidos a esse tipo de solicitação, a análise de estruturas sob cargas concentradas é, em grande parte dos casos, baseada em modelos locais que tratam cada carga de forma isolada. No entanto, em situações com múltiplas cargas concentradas, a interação entre os campos de tensões pode alterar significativamente o comportamento estrutural. Diante disso, este trabalho teve como objetivo analisar a resistência ao fendilhamento de elementos de concreto submetidos a múltiplas cargas concentradas, com diferentes taxas de armadura transversal e variações no espaçamento entre as cargas. Nesse contexto, foi conduzido um estudo experimental com nove corpos de prova prismáticos de concreto, medindo 70 cm de largura, 70 cm de altura e 15 cm de espessura, além da modelagem numérica, utilizando o *software* ATENA, e uma análise através do Método de Bielas e Tirantes. Os resultados experimentais mostraram que a distância entre os pontos de aplicação de carga afeta diretamente a resistência dos prismas: quanto mais próximos, maiores as cargas de ruptura. Além disso, a presença de armaduras transversais elevou a resistência dos espécimes e alterou o modo de ruptura. A modelagem computacional reproduziu com precisão os modos de ruptura, as cargas últimas e os perfis de deformação, validando-se como ferramenta eficaz de análise. Já o Método de Bielas e Tirantes, após calibração, apresentou boas estimativas de resistência, revelando-se uma abordagem promissora para o dimensionamento de elementos submetidos a compressão concentrada.

**Palavras-chave:** Fendilhamento, Concreto Armado, Cargas concentradas, Método de Bielas e Tirantes, Elementos Finitos.

## ABSTRACT

The analysis of splitting resistance in concrete structures is a topic of great relevance in structural engineering. However, due to the lack of a widely consolidated rational method for designing elements subjected to this type of loading, the evaluation of structures under concentrated loads is, in most cases, based on local models that consider each load in isolation. In scenarios involving multiple concentric loads, though, the interaction between stress fields can significantly influence structural behavior. In this context, the purpose of this study was to analyze the splitting resistance of concrete elements subjected to multiple concentric compressive loads, considering different transverse reinforcement ratios and variations in load spacing. An experimental investigation was carried out using nine prismatic concrete specimens measuring 70 cm in width, 70 cm in height, and 15 cm in thickness, complemented by numerical modeling using the ATENA software and analytical evaluation through the Strut-and-Tie Method. The experimental results showed that the spacing between load application points directly affected the strength of the specimens: the closer the loads, the higher the ultimate capacity. Furthermore, the use of transverse reinforcement increased the strength and altered the failure mode. The numerical simulations accurately reproduced the failure patterns, ultimate loads, and strain distributions, validating the computational model as an effective analysis tool. The Strut-and-Tie Method, once calibrated, also yielded strength estimates, proving to be a promising approach for designing elements under concentrated compressive loads.

**Keywords:** Splitting Failure, Reinforced Concrete, Concentrated loads, Strut-and-Tie Method, Finite Elements.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Regiões sob ação de cargas de compressão em áreas reduzidas .....	11
Figura 1.2 – Fluxo de tensões de compressão devido a um carregamento concentrado .....	12
Figura 1.3 – Fissuras decorrentes do fendilhamento em uma ponte no município de Tucuruí-PA (PAMPLONA, 2018) .....	14
Figura 1.4 – Regiões submetidas a aplicação de carregamento concentrado (PAMPLONA, 2018).....	14
Figura 1.5 –Modelo de Bielas e Tirantes para 2 pontos de aplicação de carga (Adaptado de BURDET <i>et al.</i> , 1991).....	15
Figura 2.1 – Padrão de fissuração (CERVENKA e GANZ, 2014) .....	17
Figura 2.2 – Distribuição de tensão transversal ao longo de $y = 0$ para diferentes valores de $a/d$ (CONFORTI <i>et al.</i> , 2016).....	18
Figura 2.3 – Variação de tensões transversais em elementos prismáticos de concreto em função de $b/a$ (PAMPLONA, 2018).....	19
Figura 2.4 – Tensões transversais em zonas de ancoragem concentradas (ZHOU, 2021).....	20
Figura 2.5 – Tensões transversais em zonas de múltiplas ancoragens (ZHOU, 2021) .....	21
Figura 2.6 – Variação de tensões transversais de um elemento prismático com $h/b = 1$ e cargas aplicadas em uma distância de 17,5cm entre si .....	21
Figura 2.7 – Variação de tensões transversais de um elemento prismático com $h/b = 1$ e cargas aplicadas em uma distância de 35cm entre si .....	22
Figura 2.8 – Variação de tensões transversais de um elemento prismático com $h/b = 1$ e cargas aplicadas em uma distância de 52,5cm entre si .....	22
Figura 2.9 – Configurações típicas de Bielas .....	24
Figura 2.10 – Representação do elemento “ <i>CSIsoBrick</i> ” .....	26
Figura 2.11 – Representação do elemento “ <i>CCIsoTruss</i> ” .....	26
Figura 2.12 – Lei tensão-deformação do concreto .....	27
Figura 2.13 – Trecho de amolecimento do concreto à tração.....	28
Figura 2.14 – Etapas da abertura de fissura.....	30
Figura 2.15 – Modelos de fissuração.....	31
Figura 2.16 – Modelo de fissura fixa.....	31
Figura 2.17 – Modelo das curvas do concreto à compressão .....	33
Figura 2.18 – Redução da resistência à compressão do concreto fissurado .....	34
Figura 2.19 – Lei multilinear do aço .....	35

Figura 2.20 – Resolução de problema não-linear por Newton-Raphson.....	36
Figura 2.21 – Mecanismo de deslizamento de borda .....	39
Figura 3.1 – Geometria dos espécimes.....	41
Figura 3.2 – Armadura de reforço nodal utilizada nos espécimes da subsérie 1 .....	42
Figura 3.3 – Layout de armadura para a série 1 .....	44
Figura 3.4 – Layout de armadura para a série 2 .....	45
Figura 3.5 – Layout de armadura para a série 3 .....	46
Figura 3.6 – Modelo de Bielas e Tirantes.....	47
Figura 3.7 – Posições dos sensores de deslocamento nos espécimes da série 1.....	49
Figura 3.8 – Posições dos sensores de deslocamento nos espécimes da série 2.....	49
Figura 3.9 – Posições dos sensores de deslocamento nos espécimes da série 3.....	49
Figura 3.10 – Posições dos extensômetros da série 1 .....	50
Figura 3.11 – Posições dos extensômetros da série 2 .....	51
Figura 3.12 – Posições dos extensômetros da série 3 .....	51
Figura 3.13 – Desenho do sistema de ensaio.....	54
Figura 3.14 – Foto do sistema de ensaio executado .....	54
Figura 3.15 – Modelo computacional com as condições de contorno e condições de carregamento .....	55
Figura 3.16 – Vista Frontal do Modelo computacional.....	56
Figura 3.17 – Pontos de aferição de deslocamentos no concreto na direção Z .....	56
Figura 3.18 – Pontos de aferição de deslocamentos no concreto na direção X.....	57
Figura 3.19 – Pontos de aferição de deslocamentos no aço na direção X.....	57
Figura 3.20 – Detalhamento dos elementos finitos adotados nas séries 1 e 2.....	58
Figura 3.21 – Detalhamento dos elementos finitos adotados na série 3 .....	59
Figura 3.22 – Modos de ruptura considerados no MBT.....	61
Figura 3.23 – Larguras das bielas e larguras de influência dos tirantes .....	63
Figura 4.1 – Modo de ruptura dos prismas da série 1 .....	66
Figura 4.2 – Modo de ruptura dos prismas da série 2.....	68
Figura 4.3 – Modo de ruptura dos prismas da série 3 .....	70
Figura 4.4 - Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\varepsilon_{cx}$ ) dos prismas da série 1 .....	73
Figura 4.5 - Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\varepsilon_{cx}$ ) dos prismas da série 2 .....	74

Figura 4.6 - Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\epsilon_{cx}$ ) dos prismas da série 3 .....	75
Figura 4.7 – Distribuição das deformações superficiais no concreto dos prismas da série 1 ...	76
Figura 4.8 – Distribuição das deformações superficiais no concreto dos prismas da série 2 ...	77
Figura 4.9 – Distribuição das deformações superficiais no concreto dos prismas da série 3 ...	78
Figura 4.10 – Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\epsilon_{cz}$ ) dos prismas ....	79
Figura 4.11 – Gráfico Carga (N) x Deformação das armaduras ( $\epsilon_{yx}$ ) dos prismas da série 1 .	80
Figura 4.12 – Gráfico Carga (N) x Deformação das armaduras ( $\epsilon_{yx}$ ) dos prismas da série 2 .	81
Figura 4.13 – Gráfico Carga (N) x Deformação das armaduras ( $\epsilon_{yx}$ ) dos prismas da série 3 .	82
Figura 4.14 – Comparaçao entre a carga de ruptura experimental ( $N_u$ ) e computacional ( $N_{COMP}$ ) .....	84
Figura 4.15 – Distribuição das deformações superficiais no concreto nos prismas sem armação obtidas na modelagem computacional.....	85
Figura 4.16 – Distribuição das deformações no aço nos prismas da série 1 .....	87
Figura 4.17 – Distribuição das deformações no aço nos prismas da série 2 .....	88
Figura 4.18 – Distribuição das deformações no aço nos prismas da série 3 .....	89
Figura 4.19 – Comparaçao entre a carga de ruptura experimental ( $N_u$ ) e teórica calculada através do método de bielas e tirantes ( $N_{MBT}$ ) .....	91
Figura 4.20 – Novo modelo de Bielas e Tirantes proposto para a série 1 .....	92
Figura 4.21 – Novo modelo de Bielas e Tirantes proposto para a série 3 .....	93
Figura 4.22 – Representação das larguras dos elementos considerando um espraiamento da região nodal de 1:2 .....	93
Figura 4.23 – Comparaçao entre a carga de ruptura experimental ( $N_u$ ) e teórica calculada através do método de bielas e tirantes ( $N_{MBT}$ ) .....	95

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores base da energia de fratura.....	30
Tabela 2.2 - Fator $\beta_c$ para bielas e nós .....	36
Tabela 2.3 - Coeficiente $\beta_s$ .....	37
Tabela 2.4 - Coeficiente $\beta_n$ .....	38
Tabela 2.5 - Taxa de armadura mínima.....	38
Tabela 3.1 – Características geométricas e descrição da armação dos espécimes .....	43
Tabela 3.2 – Traço do concreto utilizado .....	52
Tabela 3.3 – Resultados das propriedades mecânicas do concreto .....	52
Tabela 3.4 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo do concreto.....	59
Tabela 3.5 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo do aço.....	60
Tabela 3.6 – Equações de cargas de ruptura.....	62
Tabela 4.1 – Resultados experimentais de carga e modo de ruptura dos espécimes.....	71
Tabela 4.2 – Resultados teóricos de carga de ruptura dos espécimes obtidos com a análise computacional.....	84
Tabela 4.3 – Resultados teóricos de carga de ruptura dos espécimes obtidos com o Método de Bielas e Tirantes .....	90
Tabela 4.4 – Equações de cargas de ruptura atualizadas para cada série .....	94
Tabela 4.5 – Resultados teóricos de carga de ruptura obtidos com a nova análise do Método de Bielas e Tirantes .....	95

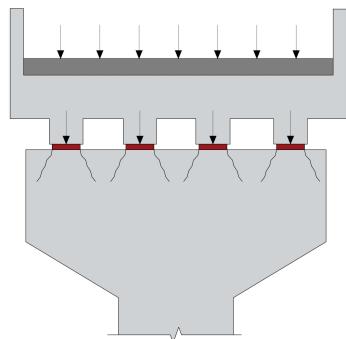
# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
1.1. JUSTIFICATIVA	13
1.2. OBJETIVOS	15
1.2.1. Objetivo Geral	15
1.2.2. Objetivos Específicos	15
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>16</b>
2.1. FENDILHAMENTO	16
2.2. MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES	22
2.3. MODELAGEM COMPUTACIONAL	25
2.3.1. Malha de Elementos Finitos	25
2.3.2. Modelos Constitutivos	26
2.3.2.1. <i>Concreto</i>	26
2.3.2.2. <i>Aço</i>	34
2.3.3. Condições de Carregamento	35
2.4. RECOMENDAÇÕES DA NORMA ACI 318 (2025)	36
2.4.1. Método de Bielas e Tirantes	36
2.4.1.1. <i>Bielas</i>	36
2.4.1.2. <i>Nós</i>	37
2.4.1.3. <i>Tirantes</i>	38
2.4.2. Critérios de Armação Mínima	38
2.5. RECOMENDAÇÕES DA NORMA EN 1992-2 (2005)	39
<b>3. METODOLOGIA</b>	<b>40</b>
3.1. PROGRAMA EXPERIMENTAL	40
3.1.1. Características dos Espécimes	40
3.1.1.1. Dimensionamento das armaduras concentradas através do Método de Bielas e Tirantes	
46	
3.1.2. Instrumentação	48
3.1.2.1. Deformação na Superfície do Concreto	48
3.1.2.2. Deformações no Aço	50

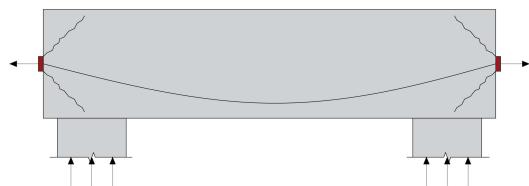
3.1.3. Materiais	51
3.1.3.1. <i>Concreto</i>	51
3.1.4. Sistema de Ensaio	52
3.2. MODELAGEM COMPUTACIONAL	54
3.2.1. Geometria e Condições de Contorno	55
3.2.2. Malha de Elementos Finitos	58
3.2.3. Modelos Constitutivos	59
3.2.3.1. <i>Concreto</i>	59
3.2.3.2. <i>Aço</i>	59
3.2.4. Condições de Carregamento	60
3.3. Estimativa teórica da resistência através do Método de Bielas e Tirantes	60
<b>4. RESULTADOS</b>	<b>65</b>
4.1. MODO DE RUPTURA	65
4.2. RESISTÊNCIA	71
4.3. DEFORMAÇÕES SUPERFICIAIS DO CONCRETO NA DIREÇÃO X	73
4.4. DEFORMAÇÕES SUPERFICIAIS DO CONCRETO NA DIREÇÃO Z	78
4.5. DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS	79
4.6. ANÁLISE DA MODELAGEM COMPUTACIONAL	82
4.6.1. Cargas de Ruptura Obtidas na Modelagem Computacional	83
4.6.2. Perfil de Deformações no Concreto	84
4.6.3. Perfil de Deformações no Aço	85
4.7. ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA ATRAVÉS DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES	90
4.7.1. Avaliação dos Resultados Obtidos com os Modelos Iniciais	90
4.7.2. Proposta de Reformulação dos Modelos de Bielas e Tirantes e das Equações de Resistência	91
<b>5. CONCLUSÃO</b>	<b>96</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>98</b>

## 1. INTRODUÇÃO

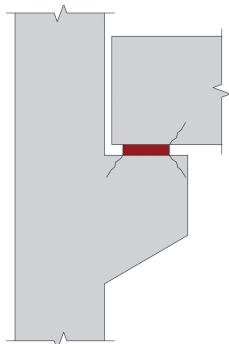
No que diz respeito às estruturas de concreto pré-fabricado, é essencial dar uma especial atenção às áreas de ligação entre os elementos estruturais. Isso se deve ao fato de que essas regiões são pontos críticos nos quais há uma transferência de esforços relevantes entre os elementos. É importante garantir que essa transferência ocorra de maneira eficaz, respeitando os limites de resistência máxima e assegurando um comportamento adequado durante o uso. A Figura 1.1 apresenta diversos exemplos que destacam as áreas onde é imprescindível a transferência de forças de compressão intensas em espaços limitados. Esse tipo de transferência pode resultar em perturbações significativas na distribuição de tensões, o que deve ser devidamente considerado durante o processo de dimensionamento da estrutura.



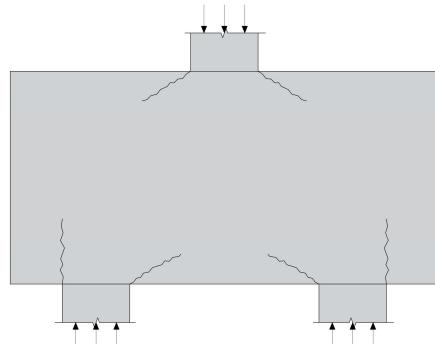
a) Ligções em tabuleiros de pontes



b) Zonas de ancoragem de elementos protendidos



c) Ligções viga-pilar



d) Ligções em blocos de fundação ou em paredes

Figura 1.1 – Regiões sob ação de cargas de compressão em áreas reduzidas

Em elementos estruturais como os representados na Figura 1.1 ou qualquer elemento em que a carga esteja aplicada em uma área reduzida, a ocorrência de fissuras no concreto devido ao fenômeno de fendilhamento assume um papel de grande relevância que requer consideração cuidadosa durante o processo de projeto. Esse fenômeno tem a capacidade de desencadear a formação de fissuras indesejáveis, o que, por sua vez, pode comprometer não apenas o

desempenho durante o uso, mas também a longevidade e a robustez da estrutura como um todo, podendo até mesmo culminar em sua completa deterioração.

O fendilhamento se caracteriza por ser um tipo de falha abrupta, originada por tensões internas de tração que surgem devido à aplicação de forças de compressão em áreas de dimensões reduzidas. Entretanto, é importante ressaltar que o uso apropriado de elementos de reforço, como armaduras, pode contribuir significativamente para aumentar tanto a capacidade de suportar cargas quanto a capacidade de deformação dessas áreas afetadas.

GUYON (1963) *apud* SAHOO *et al.* (2009), foi pioneiro na formulação de um embasamento teórico para a análise do fenômeno de fendilhamento em vigas protendidas. Ele introduziu o conceito de isopletas de compressão (*Isostatic lines of compression*) como ferramenta para essa análise. Quando uma carga concentrada é aplicada a uma estrutura de concreto, ela induz tensões internas de compressão que se propagam pelo elemento, gerando um padrão divergente no fluxo dessas tensões, ilustrado na Figura 1.2a. Para assegurar o equilíbrio estático, surgem componentes transversais que exercem forças de tração sobre o concreto. Essas tensões de tração desempenham um papel crucial no desenvolvimento de fissuras de fendilhamento, sobretudo quando ultrapassam a resistência à tração do concreto ( $f_{ct}$ ). As fissuras seguem a mesma direção da aplicação da carga, como exemplificado na Figura 1.2b.

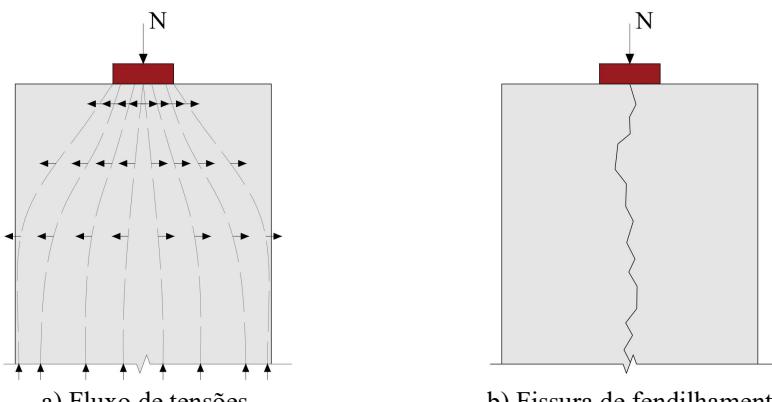


Figura 1.2 – Fluxo de tensões de compressão devido a um carregamento concentrado

Existem vários parâmetros que exercem influência sobre a capacidade de resistência ao fendilhamento. A exploração desses parâmetros tem sido conduzida por meio de testes experimentais em elementos prismáticos de concreto, nos quais cargas concentradas são aplicadas em áreas específicas. Esses ensaios (mencionados em trabalhos como CAMPIONE e MINAFÒ, 2011; SAHOO *et al.*, 2011; PUJOL *et al.*, 2011; entre outros) têm como objetivo modelar aspectos locais de regiões mais abrangentes em estruturas maiores. BROWN *et al.*

(2006) e ARABZADEH *et al.* (2012) realizaram testes em espécimes prismáticos para analisar o impacto da distribuição e das taxas de armaduras transversais na resistência ao surgimento de fissuras. Já REGAN (1986) e SAHOO *et al.* (2008) examinaram como diferentes níveis de concentração de carga afetam a capacidade de resistência ao fendilhamento em prismas feitos de concreto armado simples e concreto armado.

### **1.1. JUSTIFICATIVA**

A resistência ao fendilhamento em estruturas de concreto é um tema de significativa importância para a comunidade científica, embora ainda não exista um método racional de dimensionamento plenamente consolidado e normatizado. A ABNT NBR 6118 (2023) dedica um capítulo específico destinado a orientar os projetistas quanto à estimativa da resistência de regiões comprimidas, conhecidas como bielas, que desempenham papel essencial no dimensionamento de zonas críticas, como em estruturas pré-moldadas, regiões de ancoragem de elementos protendidos e ligações em tabuleiros de pontes, todas suscetíveis à ocorrência do fendilhamento. As bielas podem apresentar diferentes geometrias, em função do fluxo das tensões de compressão, e a definição de sua resistência ainda envolve diversas incertezas. Por isso, esse tema continua sendo amplamente investigado por diversos autores, como MUTTONI *et al.* (2015), TURSCHERER *et al.* (2016), SU e LOOI (2016) e SILVA e GONGO (2000).

Na Figura 1.3 está representado um caso de aparecimento de fissuras de fendilhamento em um elemento estrutural de uma ponte que está submetido a aplicação de cargas concentradas. Normalmente, a análise desses elementos segue o padrão de tensões apresentado na Figura 1.4. Isso significa que cada carga concentrada é considerada de forma independente, e a região crítica é assumida como sendo diretamente abaixo do ponto de aplicação da carga.

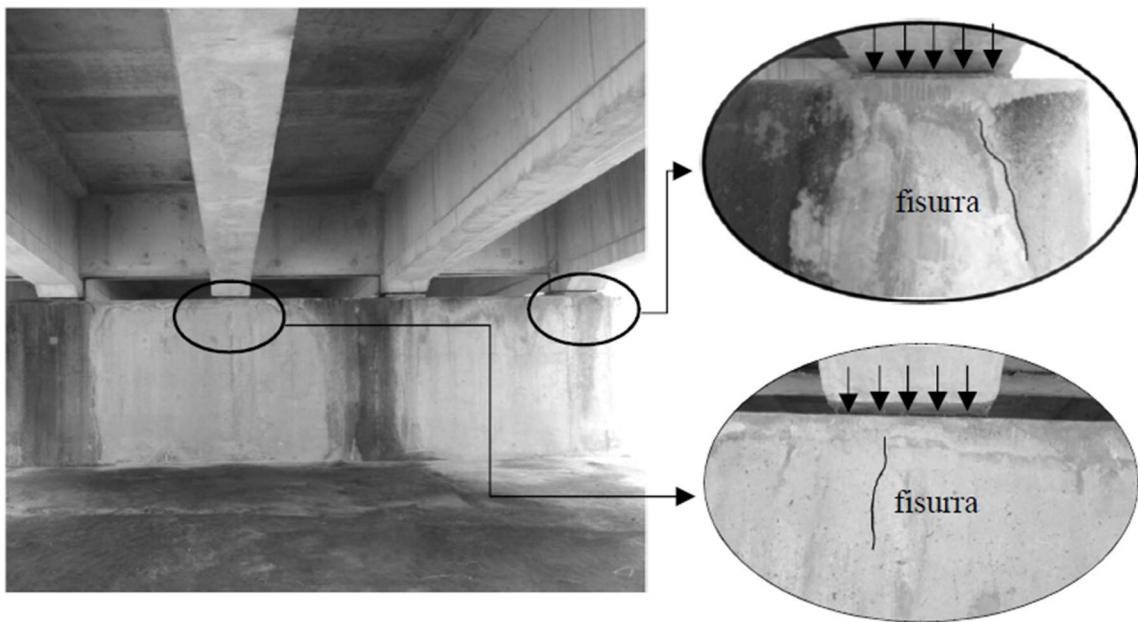
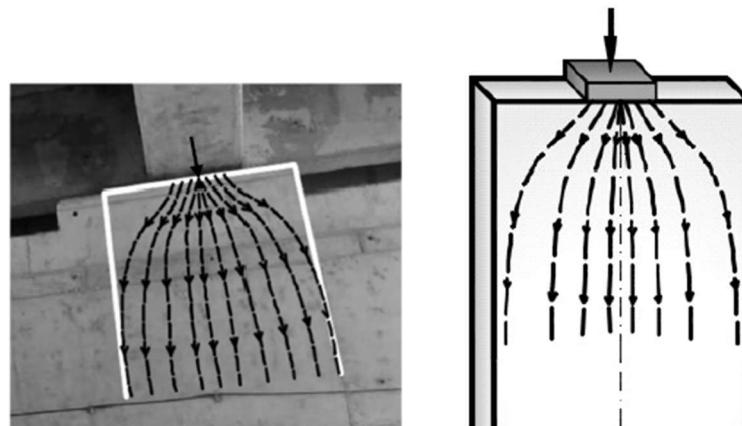


Figura 1.3 – Fissuras decorrentes do fendilhamento em uma ponte no município de Tucuruí-PA (PAMPLONA, 2018)



a) Região de uma estrutura real      b) Região de um espécime local  
Figura 1.4 – Regiões submetidas a aplicação de carregamento concentrado (PAMPLONA, 2018)

No entanto, conforme apresentado por BURDET *et al.* (1991), em elementos sujeitos a múltiplas cargas concentradas, a distribuição de tensões sofre variações de acordo com a localização das cargas aplicadas (ver Figura 1.5). Nestas circunstâncias, verifica-se que as áreas situadas entre os pontos de cargas apresentam tensões de tração que necessitam ser levadas em consideração. Dessa forma, é necessário avaliar a aplicabilidade das recomendações normativas para o dimensionamento de elementos submetidos a múltiplas cargas concentradas, já que há uma carência de investigações para elementos com essas características na literatura.

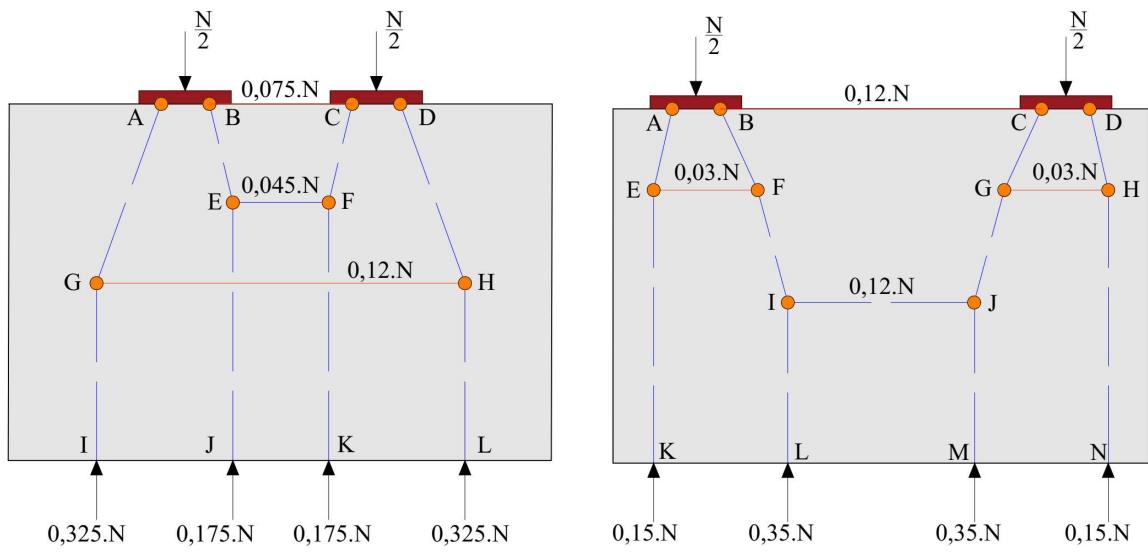


Figura 1.5 –Modelo de Bielas e Tirantes para 2 pontos de aplicação de carga (Adaptado de BURDET *et al.*, 1991)

## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. Objetivo Geral

Esse trabalho possui como objetivo geral investigar, por meio de ensaios experimentais e modelagem numérica, a resistência ao fendilhamento de elementos de concreto submetidos à ação de múltiplas cargas concentradas de compressão, considerando diferentes taxas de armadura transversal e posicionamentos de carga.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, essa pesquisa busca:

- Avaliar a influência da taxa mínima de armadura transversal, conforme os critérios da norma ACI 318 (2025), sobre a resistência ao fendilhamento;
- Verificar o aumento de resistência proporcionado pela inclusão de uma armadura transversal concentrada dimensionada com base no Método de Bielas e Tirantes;
- Analisar a influência da variação do espaçamento entre as cargas concentradas sobre o modo de ruptura e a resistência dos espécimes;
- Realizar a modelagem numérica dos ensaios por meio do *software* ATENA, com o objetivo de simular o processo de fendilhamento e estimar as cargas de ruptura;
- Estimar a resistência dos elementos por meio do Método de Bielas e Tirantes, avaliando sua precisão frente aos resultados experimentais;

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1. FENDILHAMENTO**

O fendilhamento é um modo de ruptura que ocorre em elementos de concreto armado submetidos a elevadas concentrações de carga, especialmente quando há insuficiência de concreto na região comprimida da biela ou ausência de armadura transversal localizada. O resultado é o surgimento de microfissuras na região da biela, que tendem a se propagar em direção às bordas do elemento de concreto. Esse processo compromete o cobrimento do concreto e reduz a aderência entre o aço e o concreto, o que pode desencadear a perda de ancoragem das barras e, consequentemente, a falha do sistema.

Nas últimas décadas, diversos estudos experimentais e numéricos buscaram compreender melhor o comportamento do fendilhamento e os fatores que influenciam sua ocorrência, tais como a geometria dos elementos, a presença ou ausência de armaduras de confinamento e armaduras transversais e a forma de aplicação das cargas. A seguir, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre como diferentes autores abordaram esse fenômeno ao longo do tempo, com ênfase na análise de elementos estruturais submetidos a cargas concentradas e nos principais parâmetros que afetam a resistência ao fendilhamento em estruturas de concreto armado.

REGAN (1986) testou prismas com a razão entre a altura ( $h$ ) e a largura ( $b$ ) igual a 2 e  $b/a$  igual a 2,5; 5,0 e 10,0. Constatou-se que bielas submetidas a carregamentos mais concentrados apresentaram maior resistência, refletida pelo aumento do fator de eficiência da biela ( $\beta_s$ ). O autor destaca que, de maneira simplificada, para qualquer valor de  $b/a$ , o parâmetro  $b$  governa o espraiamento da biela até que se atinja um limite angular superior, relacionado à área efetiva de concreto disponível.

SANDERS e BREEN (1997) realizaram uma série de ensaios em corpos de prova prismáticos de concreto armado, submetidos a carregamentos concêntricos até a ruptura. Nos espécimes que apresentavam apenas armadura mínima na região imediatamente abaixo do ponto de aplicação da carga, juntamente com armadura transversal distribuída, observou-se que, após a fissuração inicial, houve pouco ou nenhum ganho de resistência. Além disso, os extensômetros posicionados ao longo da linha central dos espécimes indicaram que nenhuma das armaduras transversais atingiu o escoamento antes da ruptura. Por outro lado, nos espécimes reforçados com uma armadura mais robusta na região sob a carga, projetada de forma conservadora para evitar a ruptura nessa zona, e que também continham armadura transversal distribuída,

verificou-se que o confinamento proporcionado pela armadura da região nodal permitiu que praticamente todas as barras transversais localizadas na linha central atingissem o escoamento. Observou-se também uma contribuição significativa do concreto à resistência à tração antes da formação das fissuras principais. Nesses espécimes houve um incremento de carga de 50% a 80% em relação à carga de fissuração.

SAHOO *et al.* (2009) realizaram ensaios em prismas de concreto com razão  $h/b = 1$  e  $b/a$  variando entre 1,5; 3,0; 6,0 e 12,0. Os resultados demonstraram aumento na eficiência estrutural à medida que a concentração do carregamento aumentava. Segundo os autores, esse comportamento está diretamente relacionado ao espraiamento da biela e à geração de tensões transversais de tração.

CAMPIONE e MINAFÒ (2011) também estudaram prismas com diferentes razões  $b/a$  e observaram que carregamentos mais concentrados apresentaram menores resultados de curvas carga-deslocamento. No entanto, quando analisados em termos da razão  $\sigma_u/f_c$ , verificou-se um aumento da eficiência da biela com o aumento de  $b/a$ .

CERVENKA e GANZ (2014) investigaram regiões de ancoragem em estruturas de concreto pretendido por meio de simulações numéricas, com o objetivo de compará-las aos resultados de ensaios experimentais. A simulação computacional, conduzida no *software* ATENA, permitiu uma análise mais aprofundada do comportamento do concreto, das armaduras e da interação entre esses materiais em zonas de ancoragem confinadas. Os modelos numéricos reproduziram com precisão o padrão de fissuração (ver Figura 2.1), o modo de ruptura dos elementos estruturais e os valores da carga de ruptura observados experimentalmente.

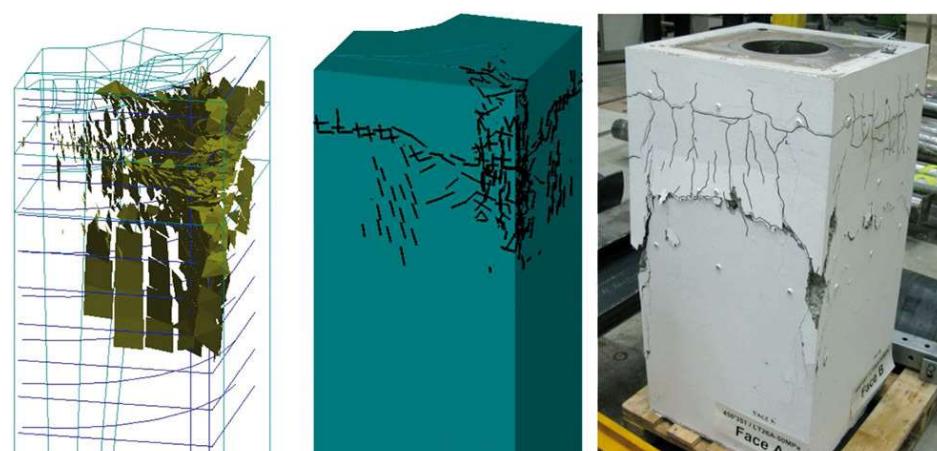


Figura 2.1 – Padrão de fissuração (CERVENKA e GANZ, 2014)

LIAO *et al.* (2015) realizaram uma investigação experimental com o objetivo de analisar o comportamento mecânico de blocos de concreto submetidos a cargas concentradas, considerando diferentes dimensões. Os resultados indicaram que o Método de Bielas e Tirantes, apesar de sua simplicidade, é eficaz na análise de elementos submetidos a esse tipo de carregamento. Além disso, concluiu-se que a profundidade da região confinada exerce influência significativa nas equações de previsão da resistência dos blocos de concreto.

CONFORTI, TIBERTI e PLIZZARI (2016) analisaram elementos prismáticos de concreto reforçado com fibras, os quais possuíam uma seção quadrada. Uma carga uniforme foi aplicada centralmente por meio de uma faixa com uma largura ( $a$ ) e com o mesmo comprimento que a largura da seção transversal do elemento ( $d$ ). A aplicação dessa força resultou em um estado de tensão biaxial no elemento de concreto. Nesse estado, ocorreram tensões de compressão ( $\sigma_0$ ) muito elevadas na região sob a carga, juntamente com tensões transversais, tanto de tração quanto de compressão, que se propagaram por uma distância igual ao comprimento do elemento prismático ( $d$ ). Após essa faixa, as tensões transversais de tração tornaram-se desprezíveis, como pode ser observado no gráfico ilustrado na Figura 2.2, o qual apresenta a distribuição de tensão transversal ao longo da altura para elementos prismáticos com diferentes relações  $a/d$ .

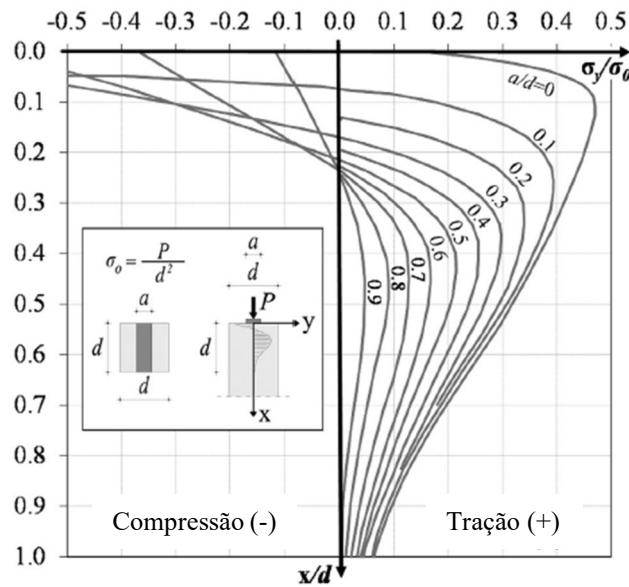


Figura 2.2 – Distribuição de tensão transversal ao longo de  $y = 0$  para diferentes valores de  $a/d$  (CONFORTI *et al.*, 2016)

PAMPLONA (2018) realizou uma análise através do Método de Elementos Finitos (MEF) para espécimes prismáticos considerando as relações  $b/a$  e  $h/b$  como variáveis. Na Figura 2.3 estão representados os gráficos da tensão transversal ( $\sigma_1$ ) sob a tensão de compressão ( $\sigma_0$ ) aplicada no espécime e sua distribuição ao longo do eixo longitudinal do prisma.

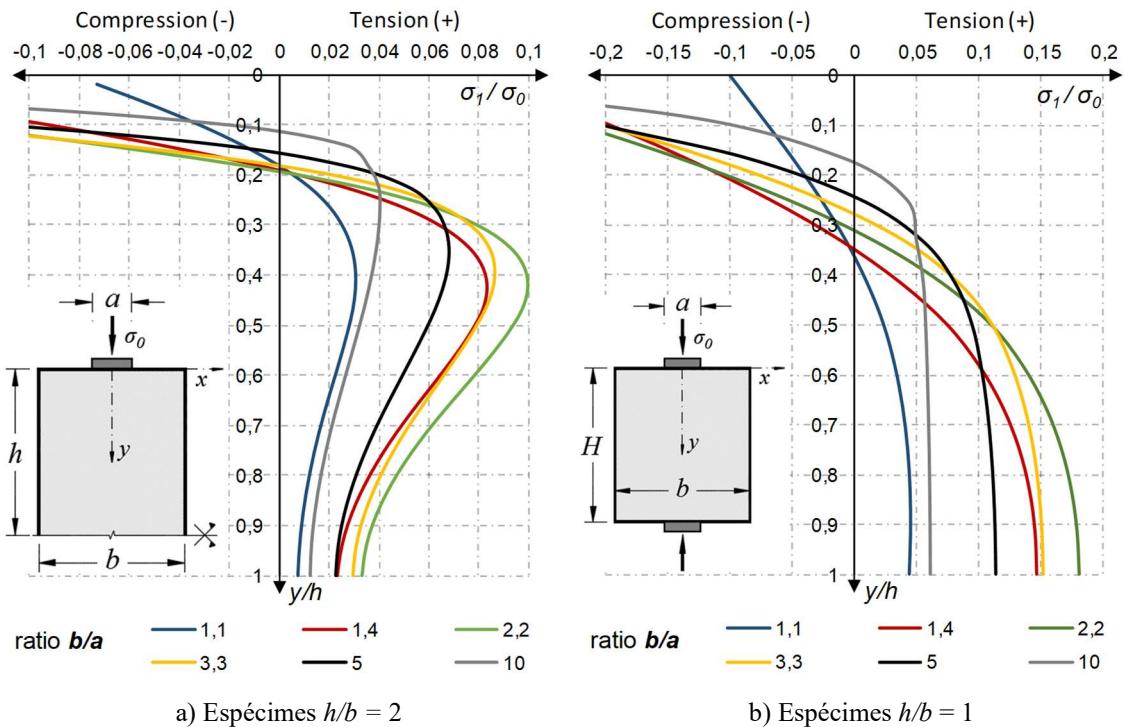


Figura 2.3 – Variação de tensões transversais em elementos prismáticos de concreto em função de  $b/a$   
(PAMPLONA, 2018)

Em termos gerais, é possível notar que os espécimes com uma relação  $h/b$  igual a 1 geram níveis mais elevados de tensão transversal em comparação com aqueles que possuem uma relação  $h/b$  igual a 2, em relação à tensão aplicada. Além disso, é evidente uma distribuição mais uniforme das tensões transversais nos espécimes com  $h/b$  igual a 1. Isso implica que, em um modelo de Bielas e Tirantes, o tirante estaria posicionado no centro do espécime. Por outro lado, nos espécimes com  $h/b$  igual a 2, observa-se uma distribuição mais concentrada das tensões, resultando em tirantes posicionados mais próximos de  $0,2h$ . Portanto, é importante notar que a relação  $h/b$  também desempenha um papel crucial na maneira como as tensões transversais se distribuem nos prismas, uma vez que está diretamente relacionada ao ângulo de abertura da biela.

Quanto à influência do fator de concentração de carregamento na distribuição das tensões transversais, observam-se, em geral, relações decrescentes de  $\sigma_1/\sigma_0$  à medida que o parâmetro  $b/a$  aumenta para 3,3, 5,0 e 10,0. Concomitantemente, é evidenciado um aumento na eficiência da biela à medida que o carregamento se torna mais focalizado. Entretanto, para valores de  $b/a$  na faixa de 1,1, 1,4 e 2,2, essa relação de tensões decresce, indicando uma resposta oposta ao padrão anteriormente observado, com  $\beta_s$  diminuindo em espécimes que possuem  $b/a$  nesse intervalo.

ZHOU (2021) buscou descrever uma solução analítica para encontrar as tensões transversais de tração em zonas de ancoragem e fornecer uma equação mais racional para a distribuição dessas tensões. Para atingir esse objetivo, ele conduziu análises em elementos prismáticos submetidos a duas configurações de carga: apenas uma carga concentrada e duas cargas concentradas. Na Figura 2.4 estão as comparações entre as tensões transversais nos elementos com uma carga concentrada. A partir deste gráfico, é possível notar que, conforme varia a relação  $a/h$ , o ponto onde a tensão transversal atinge zero se desloca.

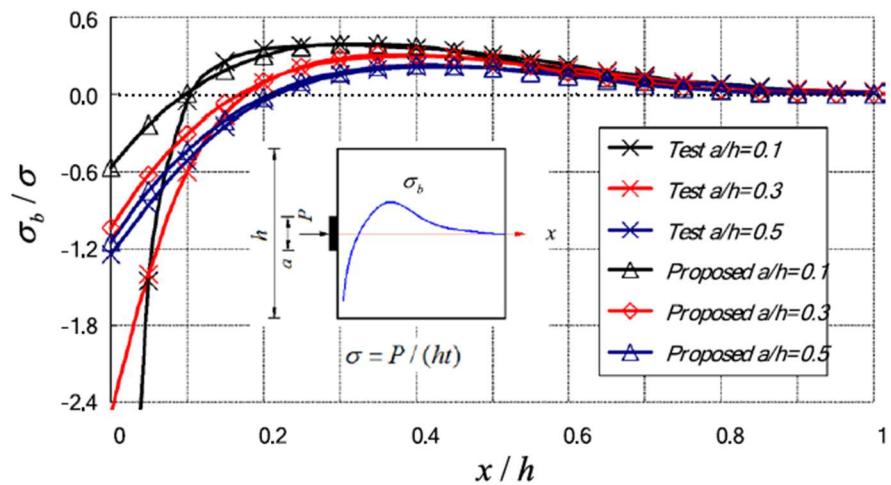


Figura 2.4 – Tensões transversais em zonas de ancoragem concentradas (ZHOU, 2021)

O gráfico apresentado na Figura 2.5 mostra as tensões transversais ao longo de uma linha traçada no centro do corpo de prova com duas cargas concentradas, com diferentes espaçamentos entre as ancoragens. O autor notou que a magnitude das tensões transversais estava diretamente relacionada com a distância entre as cargas ( $e$ ). Quando essa distância era igual ou menor que a metade da altura do elemento ( $h/2$ ), não se verificava a ocorrência de tensões transversais de tração na área de ancoragem. Contudo, quando as forças de ancoragem estavam atuando a uma distância maior do que  $h/2$ , isso resultava na dispersão das cargas concentradas e consequentemente gerava tensões de ruptura.

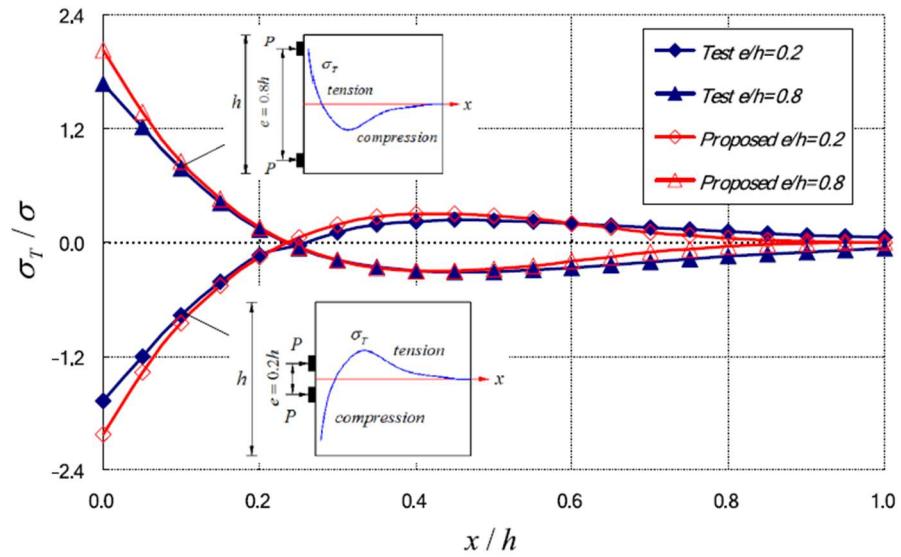


Figura 2.5 – Tensões transversais em zonas de múltiplas ancoragens (ZHOU, 2021)

Foi realizada uma análise linear elástica por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF) em elementos prismáticos com proporção entre altura ( $h$ ) e largura ( $b$ ) igual a 1, com o objetivo de avaliar o comportamento das tensões transversais nesses elementos. As simulações consideraram a aplicação de duas cargas unitárias concentradas, variando-se a distância entre os pontos de aplicação em três configurações: 17,5 cm (ver Figura 2.6), 35 cm (ver Figura 2.7) e 52,5 cm (ver Figura 2.8).

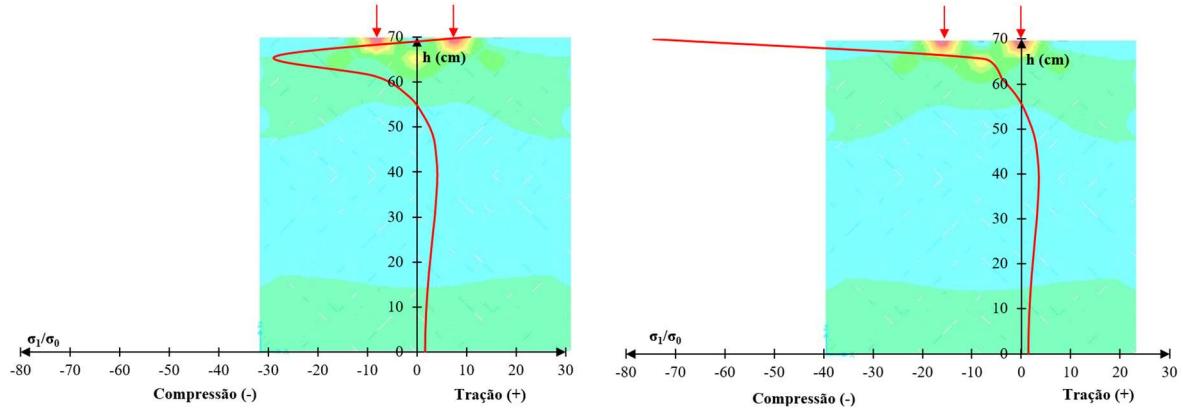


Figura 2.6 – Variação de tensões transversais de um elemento prismático com  $h/b = 1$  e cargas aplicadas em uma distância de 17,5cm entre si

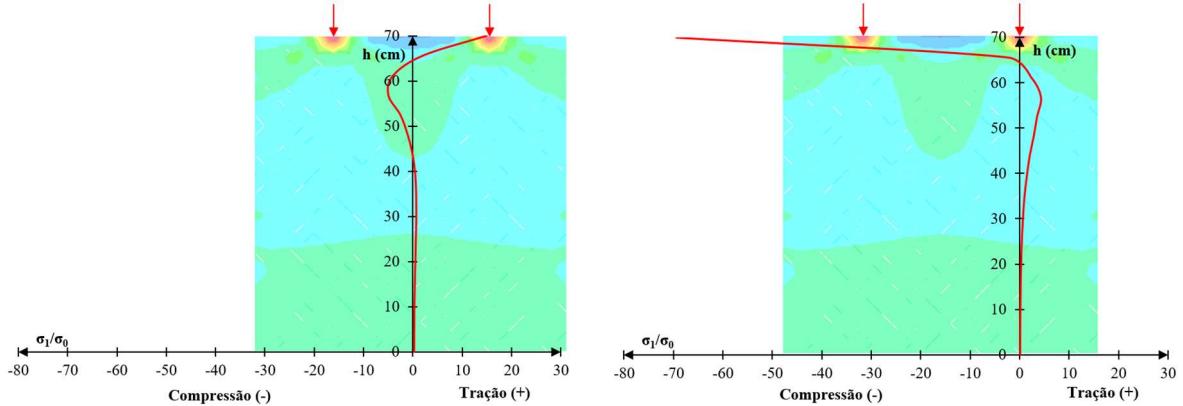


Figura 2.7 – Variação de tensões transversais de um elemento prismático com  $h/b = 1$  e cargas aplicadas em uma distância de 35cm entre si

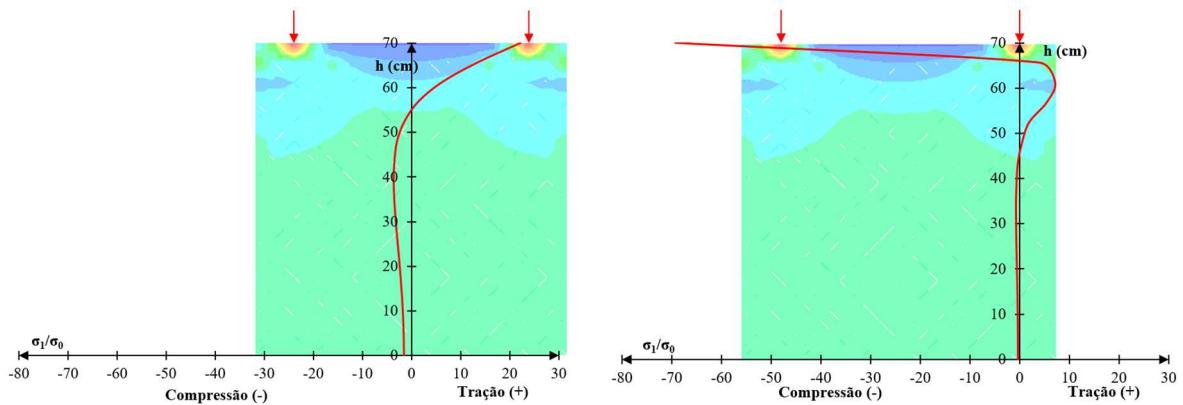


Figura 2.8 – Variação de tensões transversais de um elemento prismático com  $h/b = 1$  e cargas aplicadas em uma distância de 52,5cm entre si

A análise dos gráficos permite identificar com clareza a posição das bielas e dos tirantes em cada espécime, além de confirmar que o Modelo de Bielas e Tirantes proposto por BURDET *et al.* (1991) representa de forma consistente o comportamento de elementos com essas configurações de carga. Destaca-se, ainda, a importância de se avaliar as tensões transversais não apenas na seção central do elemento, mas também nas regiões localizadas imediatamente abaixo dos pontos de aplicação da carga, uma vez que essas áreas concentram tensões significativas para a compreensão da distribuição de tensões ao longo de todo o elemento.

## 2.2. MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

No início do século XX, RITTER (1899) e MÖRSCH (1909) introduziram o Método Clássico de Treliça, que tinha como propósito calcular a quantidade necessária de armadura em vigas esbeltas de concreto armado. Esse método presumia que a força transmitida ao longo da viga seguia um trajeto semelhante ao de uma treliça, até atingir os apoios. Contudo, essa abordagem apenas abrangia as áreas designadas como regiões B em uma estrutura, as quais atendem à

hipótese de Bernoulli. Essa hipótese assume que a distribuição das deformações ao longo da altura da seção é linear desde o início da aplicação do carregamento em um elemento até a sua ruína, além disso, considera que as deformações provocadas pelo cisalhamento são desprezíveis.

Para elementos que possuem descontinuidades geométricas ou estáticas, denominadas de regiões D, a hipótese de Bernoulli deixa de ser válida, já que a distribuição de deformações na seção transversal é não-linear e as deformações devido às forças cortantes passam a ser relevantes. Existem algumas estruturas especiais que são compostas somente por regiões D em sua geometria, que é o caso de vigas-parede, ligações viga-pilar e blocos de fundações. No entanto, é mais comum encontrar uma combinação entre os dois tipos de regiões em elementos estruturais.

No final do século XX, o dimensionamento de estruturas com descontinuidades ganhou destaque no mundo todo e pesquisadores com grande prestígio científico mostraram que o Método dos Elementos Finitos e o Método de Bielas e Tirantes (MBT) são satisfatórios ao representar o comportamento resistente de elementos estruturais com regiões descontínuas, levando a uma análise eficiente. O Método de Bielas e Tirantes adota a abordagem de estender a analogia da treliça clássica para abranger todas as regiões de qualquer tipo de estrutura. Isso é fundamentado no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, que serve como base para o método.

Desde sua introdução por SCHLAICH, SCHÄFER e JENNEWEIN (1987), o método conhecido como bielas e tirantes tem desempenhado um papel fundamental como ferramenta de projeto para elementos estruturais que envolvem distribuição complexa de forças. A principal vantagem da ampla aceitação do método é a sua adoção em normas de diversos países, como Canadá, União Europeia e Estados Unidos.

O Método de Bielas e Tirantes é composto por uma estrutura que concentra as tensões em barras comprimidas, que são chamadas de bielas, e em barras tracionadas, chamadas de tirantes, as quais são unidas por meio de nós. Existem três configurações típicas para as bielas (CAMPOS FILHO, 1996), que dependem da distribuição dos campos de compressão no concreto. A primeira delas é a prismática (ver Figura 2.9a), a qual apresenta um campo de tensão distribuído de modo uniforme e sem tensão transversal de tração, sendo típica de regiões B. A segunda é em forma de leque (ver Figura 2.9b), que não possui tensões transversais de tração, contudo,

tem forma variável. E a terceira é a garrafa (ver Figura 2.9c), cuja largura aumenta no centro do elemento, onde ocorrem tensões transversais, o que pode gerar fendilhamento na estrutura.

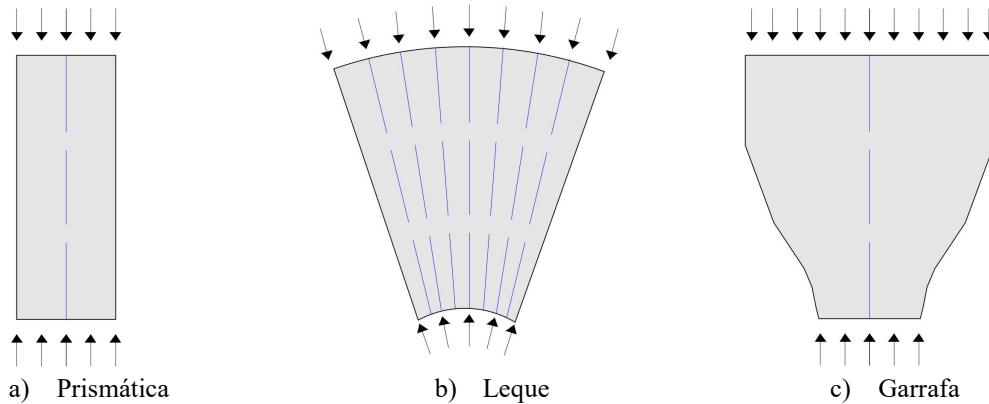


Figura 2.9 – Configurações típicas de Bielas

Os tirantes, segundo a norma americana, são elementos tracionados envolvidos concentricamente por concreto, com zonas de ancoragem bem definidas. Na maioria dos casos, são compostos por barras de aço, embora existam situações específicas em que se utilizam tirantes de concreto, como nas bielas do tipo “garrafa” sem armadura transversal. No caso dos tirantes de aço, é fundamental que o eixo da armadura coincida com o eixo do tirante no modelo. Uma das principais preocupações relacionadas a esses elementos é a adequada ancoragem da armadura. Por esse motivo, recomenda-se a utilização de barras de menor diâmetro, dispostas em múltiplas camadas, uma vez que essa configuração permite distribuir os esforços em uma área maior, reduzindo o risco de esmagamento dos nós (NEPOMUCENO, 2012).

Por sua vez, os nós correspondem às regiões de interseção entre os eixos das bielas e/ou tirantes, onde ocorrem mudanças abruptas na direção das forças. Eles podem ser classificados em dois tipos: singulares, que concentram forças aplicadas pontualmente e promovem a redistribuição das tensões de forma localizada, sendo considerados críticos e, portanto, sujeitos à verificação de resistência; e contínuos, nos quais as tensões se redistribuem ao longo de comprimentos suficientemente grandes, por esse motivo não são considerados críticos. Além disso, a nomenclatura dos nós é atribuída conforme a quantidade e o tipo de bielas e tirantes que os compõem. Por exemplo, um nó atravessado por três bielas é classificado como CCC. Se recebe duas bielas de compressão e ancoragem de um tirante, é denominado CCT. Já um nó que ancora dois ou mais tirantes é classificado como CTT.

A principal prioridade no Método das Bielas e Tirantes é identificar um sistema de treliça apropriado que possa representar de maneira eficaz o mecanismo de transferência de forças.

Para alcançar esse objetivo, SCHLAICH e SCHAFER (1991) propuseram a utilização de métodos de caminho de carga. Essa abordagem oferece uma representação realista das causas subjacentes à falha do concreto e serve como uma base sólida para o desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes. Tais modelos são capazes de oferecer soluções seguras e eficientes para análises estruturais.

As vantagens do MBT são evidenciadas pela sua aplicação simplificada em projetos, pela representação visual do fluxo de forças, pela identificação de regiões mais solicitadas e pela consideração da interação entre flexão e cisalhamento. Porém, uma desvantagem reside na ausência de uma única solução para a configuração do modelo de bielas e tirantes. Isso decorre da possibilidade de se criar diversos modelos válidos, os quais podem ser ajustados para seguir as principais trajetórias de tensão. Essa adaptação pode ser influenciada pelo arranjo da armadura e pode ser determinada de maneira intuitiva, com base na experiência de engenharia.

WIGHT e MACGREGOR (2012) destacam que os modelos desenvolvidos pelo Método de Bielas e Tirantes devem ser formulados de modo que as forças internas nas bielas, nos tirantes e nas zonas nodais estejam situadas entre uma distribuição elástica e uma totalmente plástica, atendendo ao teorema do limite inferior da plasticidade. Dessa forma, considerando o comportamento plástico adotado, assume-se que a capacidade resistente da estrutura é igual ou superior à da treliça idealizada. Consequentemente, presume-se que exista capacidade de deformação suficiente para que as forças sejam redistribuídas conforme o modelo adotado. No entanto, essa premissa pode resultar em um nível elevado de fissuração nas peças. Por esse motivo, os códigos normativos estabelecem restrições quanto aos ângulos entre bielas e tirantes, bem como exigem taxas mínimas de armadura.

### **2.3. MODELAGEM COMPUTACIONAL**

#### **2.3.1. Malha de Elementos Finitos**

O software ATENA disponibiliza diversos tipos de elementos finitos, abrangendo elementos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Entre estes existem os elementos hexaédricos do tipo *CSIsoBrick*, que podem ser configurados com oito nós, posicionados nos vértices do elemento, ou com vinte nós, distribuídos entre os vértices e pontos intermediários, conforme ilustrado na Figura 2.10. Esse modelo é amplamente empregado em simulações de estruturas de concreto, sendo adotado por diversos autores na literatura, como MAMEDE *et al.* (2013), BELLETTI *et al.* (2014) e SHU *et al.* (2015).

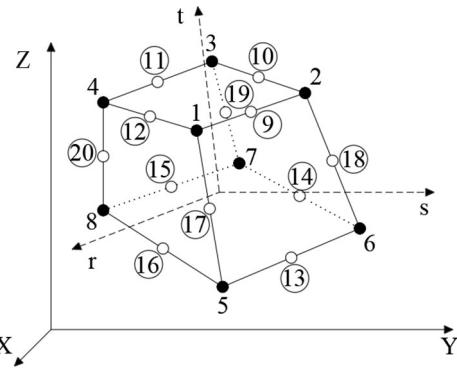


Figura 2.10 – Representação do elemento “*CSIsoBrick*”  
(adaptado de CERVENKA et al., 2021).

No que se refere às armaduras, estas podem ser representadas por elementos de treliça unidimensionais, modeladas por meio de elementos finitos do tipo *CCIsoTruss*. Esses elementos são capazes de resistir tanto a esforços de tração quanto de compressão, podendo apresentar duas configurações: com dois nós, localizados nas extremidades, ou com três nós, sendo um adicional posicionado no ponto intermediário, conforme ilustrado na Figura 2.11.

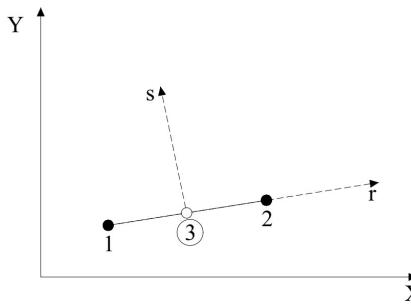


Figura 2.11 – Representação do elemento “*CCIsoTruss*”  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

Estes elementos apresentados adotam uma formulação isoparamétrica, na qual as mesmas funções de interpolação são aplicadas tanto para a definição da geometria quanto para a aproximação dos deslocamentos dentro do elemento. A integração das tensões internas é realizada por meio da técnica de integração de Gauss, que assegura uma precisão da ordem de  $n_p(n_p - 1)$ , sendo  $n_p$  o grau do polinômio utilizado na aproximação da função integrada. Dependendo do tipo de elemento, podem ser empregadas funções de interpolação linear ou quadrática.

### 2.3.2. Modelos Constitutivos

#### 2.3.2.1. Concreto

No que diz respeito aos modelos constitutivos para o concreto, no *software* ATENA são fornecidos vários modelos, cada um com características e aplicações específicas. Como forma de representar a não linearidade de um material, o modelo *CC3DNonLinCementitious2* pode ser adotado, uma vez que este combina dois comportamentos fundamentais: a fissuração (em regime de tração) e a plasticidade (em regime de compressão). O modelo de fissuração baseia-se na abordagem *Smeared Crack*, proposta por BAZANT (1984), associada a modelos de fissuras fixas ou rotativas, utilizando o critério de ruptura por tração de Rankine e um comportamento de amolecimento exponencial. Por sua vez, o modelo de plasticidade para a compressão do concreto é fundamentado na superfície de ruptura proposta por MENETREY (1994).

O modelo *CC3DNonLinCementitious2* tem como principal característica a formulação independente dos mecanismos de fissuração e plasticidade, que são desenvolvidos separadamente. A integração das equações constitutivas ocorre por meio de um algoritmo de mapeamento de retorno, o que confere ao modelo elevada versatilidade. Dessa forma, torna-se capaz de simular, de maneira eficiente, a formação de fissuras, o esmagamento sob elevados estados de confinamento e o fechamento de fissuras devido ao esmagamento em outras direções.

Nesse contexto, o comportamento tensão-deformação do concreto, segundo esse modelo, é representado por quatro regiões distintas, ilustradas na Figura 2.12. A primeira corresponde ao regime linear elástico sob tração, anterior ao início da fissuração. A segunda descreve a fase de amolecimento exponencial após o início da fissuração. As terceira e quarta regiões representam, respectivamente, o comportamento do concreto sob compressão antes de atingir a resistência máxima e o seu comportamento pós-pico, após o início do processo de esmagamento.

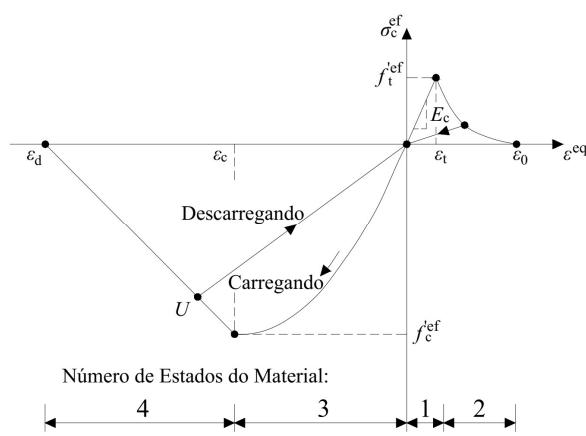


Figura 2.12 – Lei tensão-deformação do concreto  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

Com relação ao primeiro trecho, o comportamento à tração do concreto apresenta uma relação tensão-deformação linear, sendo um estado linear elástico até a tensão de tração máxima do material ( $f_t'_{\text{ef}}$ ), antes da fissuração do mesmo, obtido por meio da Equação 2.1.

$$\sigma_c^{\text{ef}} = E_c \cdot \varepsilon^{\text{eq}}, 0 \leq \sigma_c \leq f_t' \quad \text{Equação 2.1}$$

Onde:

$E_c$  = Módulo de elasticidade inicial do concreto;

$f_t'$  = Resistência a tração efetiva derivada da falha biaxial.

$\varepsilon^{\text{eq}}$  = Deformação uniaxial equivalente.

Para a representação do trecho exponencial descendente de amolecimento do material, demonstrado na Figura 2.13, é utilizada a Equação 2.2, desenvolvida a partir dos resultados experimentais de HORDIJK (1992). Essa equação estabelece a relação entre a tensão de tração, a abertura crítica da fissura ( $w_{tc}$ ), conforme definida na Equação 2.3, e a energia de fratura ( $G_f$ ). A energia de fratura representa a quantidade de energia necessária para propagar uma fissura, sendo definida como a energia absorvida por unidade de área, desde a abertura zero até atingir a abertura crítica.

Com o objetivo de garantir que o consumo total de energia de fratura não seja influenciado pelo tamanho da malha de elementos finitos, é adotado o conceito de comprimento característico do elemento finito ( $L_t$ ). Esse parâmetro é determinado pela projeção do tamanho da malha na direção da fissura e é utilizado no cálculo do deslocamento de abertura da fissura ( $w_t$ ), conforme descrito na Equação 2.4.

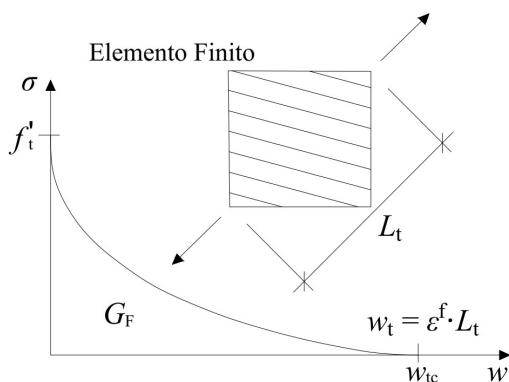


Figura 2.13 – Trecho de amolecimento do concreto à tração  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

$$\frac{\sigma}{f_t'} = \left\{ 1 + \left( c_1 \cdot \frac{w_t}{w_{tc}} \right)^3 \right\} \cdot \exp \left( -c_2 \cdot \frac{w_t}{w_{tc}} \right) - \frac{w_t}{w_{tc}} \cdot (1 + c_1^3) \cdot \exp(-c_2) \quad \text{Equação 2.2}$$

Sendo:

$w_t$  = Deslocamento de abertura de fissura;

$w_{tc}$  = Abertura crítica da fissura;

$c_1 = 3$  (constante);

$c_2 = 6,93$  (constante);

$\sigma$  = Tensão normal na fissura.

$$w_{tc} = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_t'} \quad \text{Equação 2.3}$$

Onde:

$G_f$  = Energia de fratura.

$$w_t = \varepsilon^f \cdot L_t \quad \text{Equação 2.4}$$

Sendo:

$\varepsilon^f$  = Deformações de fissuração inelástica;

$L_t$  = Tamanho característico do elemento finito.

Devido à elevada influência da energia de fratura na definição da lei de abertura de fissuras adotada no modelo constitutivo do concreto, podem ser avaliadas as recomendações de cálculo propostas pelo *fib MODEL CODE 1990* (1992), por meio da Equação 2.5, que considera o diâmetro máximo dos agregados. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela 2.1.

$$G_f = G_{f0} \cdot \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad \text{Equação 2.5}$$

Sendo:

$G_f$  = Energia de fratura.

$G_{f0}$  = Valor base da energia de fratura que depende do diâmetro máximo do agregado.

$f_{cm}$  = Resistência média a compressão do concreto.

$f_{cm0} = 10$  MPa.

Tabela 2.1 – Valores base da energia de fratura

$d_{máx}$ (mm)	$G_f$ (Nmm/mm <sup>2</sup> )
8	0,025
16	0,030
32	0,058

O processo de formação de fissuras, no modelo que descreve o comportamento do concreto à tração, é dividido em três estágios distintos, conforme ilustrado na Figura 2.14. O primeiro corresponde ao comportamento linear elástico, sem a presença de fissuras, até que se atinja a tensão de tração efetiva do material. O segundo estágio caracteriza-se pelo início da fissuração, no qual surge uma zona de processo da fissura, acompanhada da redução gradual da tensão na face da fissura, em decorrência do efeito de ponte. Por fim, no terceiro estágio, a abertura da fissura evolui livremente, já sem a presença de tensões, uma vez que toda a capacidade resistente à tração na interface foi completamente dissipada.

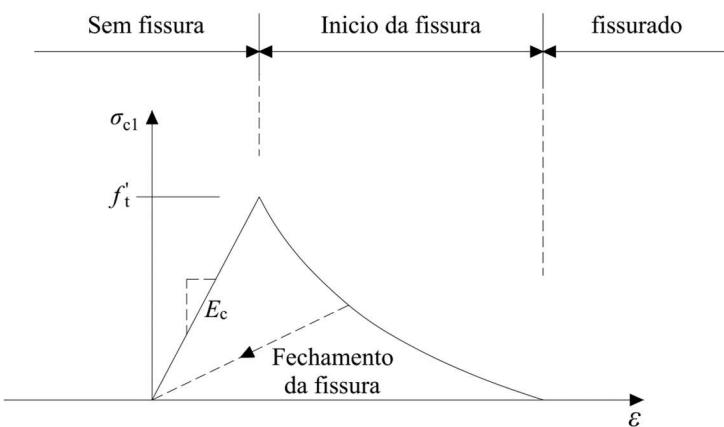


Figura 2.14 – Etapas da abertura de fissura  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

Adicionalmente, o modelo de fissuração adotado baseia-se na abordagem *Smeared Crack*, a qual foi desenvolvida como uma alternativa ao método *Discrete Crack*. Este último apresenta limitações associadas à necessidade de alterações na conectividade dos nós da malha e à exigência de que o trajeto de propagação da fissura seja previamente definido pelo usuário, conforme ilustrado na Figura 2.15a. Por outro lado, o modelo *Smeared Crack* supera essas limitações ao permitir que a fissuração seja representada de forma distribuída no interior dos elementos finitos, sem a necessidade de introduzir descontinuidades explícitas na malha, como exemplificado na Figura 2.15b (ROTS e BLAAUWENDRAAD, 1989).

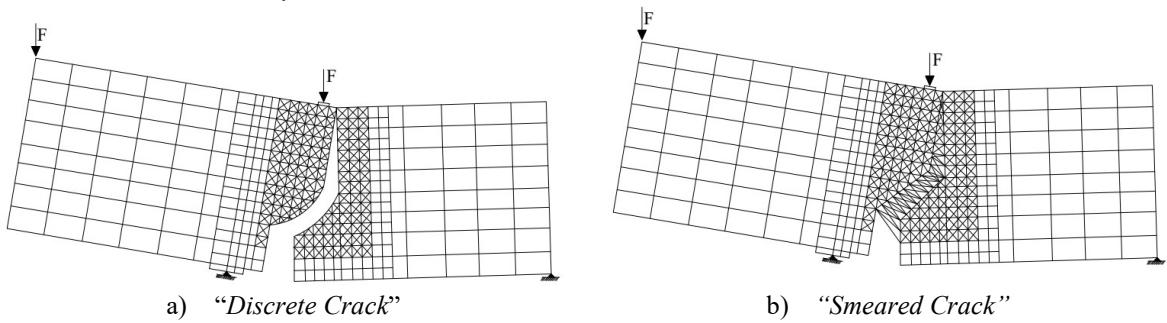


Figura 2.15 – Modelos de fissuração  
(adaptado de ROTS E BLAAUWENDRAAD, 1989).

A abordagem *Smeared Crack* tem como objetivo representar o estado fissurado do concreto por meio da transformação da lei de tensão-deformação, inicialmente isotrópica, em uma lei ortotrópica a partir da formação da fissura. Nessa configuração, os eixos de ortotropia são definidos com base no critério de iniciação da fissura. Associado a essa abordagem, é possível adotar dois modelos para a evolução das fissuras: o modelo de fissura fixa e o de fissura rotativa.

Com relação ao modelo de fissura fixa, ilustrado na Figura 2.16, a direção da fissura é definida conforme a orientação da tensão principal no instante de sua formação, permanecendo inalterada ao longo de todo o processo de carregamento, independentemente das variações subsequentes nas direções das tensões principais. Como consequência, ocorre um desvio progressivo entre os eixos de ortotropia e as direções principais de tensão. Estudos indicam que os resultados desse modelo apresentam sensibilidade à rigidez ao cisalhamento. Por esse motivo, no *software ATENA*, é adotado um coeficiente denominado *Shear Factor* (SF), que estabelece a relação entre a rigidez normal e a resistência à fissuração por cisalhamento. Esse coeficiente é determinado com base na Teoria do Campo de Compressão Modificada, proposta por VECCHIO E COLLINS (1986), conforme apresentado na Equação 2.6.

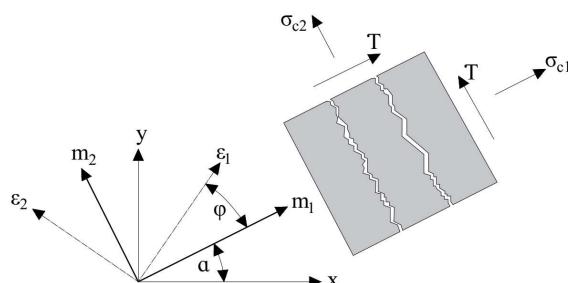


Figura 2.16 – Modelo de fissura fixa  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

$$\tau \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_c}}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{d_g + 16}} \quad \text{Equação 2.6}$$

Onde:

$\tau$  = Resistência máxima ao cisalhamento do concreto fissurado.

$f_c$  = Resistência à compressão do concreto.

$d_g$  = Tamanho máximo do agregado.

$w$  = Largura máxima de fissura.

No que se refere ao comportamento tensão-deformação do concreto à compressão que é representado pelos trechos 3 e 4 da Figura 2.12, este é controlado pela *Failure Surface* descrito por MENETREY (1994). Tal superfície de suptura é definida em termos de três invariantes de tensão independentes, tensão hidrostática ( $\xi_s$ ), tensão desviatória ( $\rho_s$ ), e ângulo polar desviatório ( $\theta_s$ ), conforme apresentado na Equação 2.7. Nesse modelo são combinados diferentes critérios de ruptura, incluindo o critério de resistência máxima à tração de Rankine e a hipótese de Mohr-Coulomb para a resistência ao cisalhamento. Para esse cálculo, consideram-se parâmetros como a adesão friccional ( $m_f$ ), o raio polar ( $r$ ), e a resistência coesiva ( $c_h$ ), representados na Equação 2.8, Equação 2.9 e Equação 2.10, respectivamente.

$$F(\xi_s, \rho_s, \theta_s) = \left[ \sqrt{1,5} \cdot \frac{\rho_s}{f_c} \right]^2 + m_f \cdot \left[ \frac{\rho_s}{\sqrt{6} \cdot f_c} \cdot r(\theta_s, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3} \cdot f_c} \right] - c_h = 0 \quad \text{Equação 2.7}$$

Onde:

$e$  = Excentricidade.

$$m_f = 3 \cdot \left[ \left( \frac{f_c^2 - f_t^2}{f_c \cdot f_t} \right) \cdot \left( \frac{e}{e+1} \right) \right] \quad \text{Equação 2.8}$$

$$r = \frac{4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2(\theta_s) + (2 \cdot e - 1)^2}{2 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos(\theta_s) + (2 \cdot e - 1) \cdot [4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2(\theta_s) + 5 \cdot e^2 - 4 \cdot e]^{1/2}} \quad \text{Equação 2.9}$$

$$c_h = \left( \frac{f_c \cdot (\varepsilon_{eq}^p)}{f_c} \right)^2 \quad \text{Equação 2.10}$$

Sendo:

$\varepsilon_{eq}^p$  = Deformação do concreto sob compressão.

Os trechos ascendente e descendente da curva tensão-deformação do concreto à compressão são representados, respectivamente, por uma curva de formato elíptico e por um segmento linear, conforme ilustrado nas Figura 2.17a e Figura 2.17b. O trecho ascendente, associado ao endurecimento, é calculado com base na Equação 2.11, que utiliza uma formulação dependente

da deformação, considerando como parâmetros de entrada tanto o ponto de início do comportamento não linear quanto a deformação plástica correspondente à resistência à compressão. Por sua vez, o trecho descendente, relacionado ao amolecimento, é baseado em deslocamentos, onde a deformação plástica equivalente é convertida em deslocamento por meio do parâmetro de escala de comprimento da malha ( $L_c$ ), definido de forma análoga ao comprimento característico do elemento finito ( $L_t$ ). Esse procedimento garante a objetividade da resposta numérica em relação ao tamanho da malha, sendo fundamentado nos estudos experimentais de VAN MIER (1986).

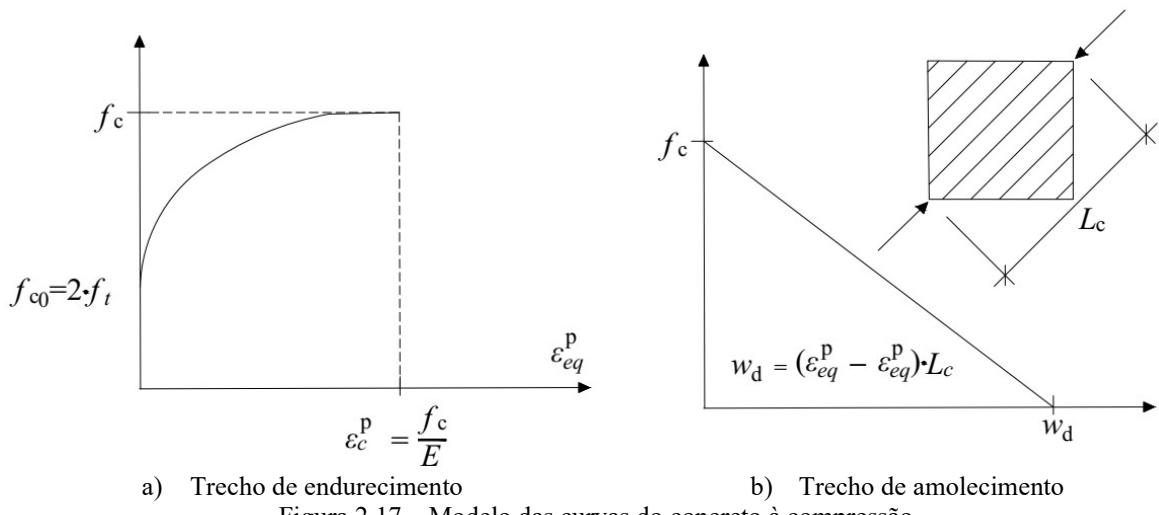


Figura 2.17 – Modelo das curvas do concreto à compressão  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

$$\sigma = f_{c0} + (f_c - f_{c0}) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_c^p - \varepsilon_{eq}^p}{\varepsilon_c^p} \right)^2} \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde:

$f_{c0}$  = Resistência a compressão de início do comportamento não-linear.

$\varepsilon_c^p$  = Deformação plástica na resistência máxima à compressão do concreto.

A interação entre os comportamentos à tração e à compressão se manifesta após o início da fissuração no concreto, momento em que a resistência à compressão na direção paralela a fissura sofre redução. Isso significa que, na ausência de tensões transversais, a resistência à compressão reduzida do concreto ( $f_c^{ef}$ ) é igual a resistência à compressão uniaxial do concreto ( $f_c$ ). No entanto, esse valor passa a ser gradualmente reduzido à medida que a deformação transversal se intensifica, conforme ilustrado na Figura 2.18. Essa relação é matematicamente descrita por meio de uma função de Gauss, conforme apresentado na Equação 2.12.

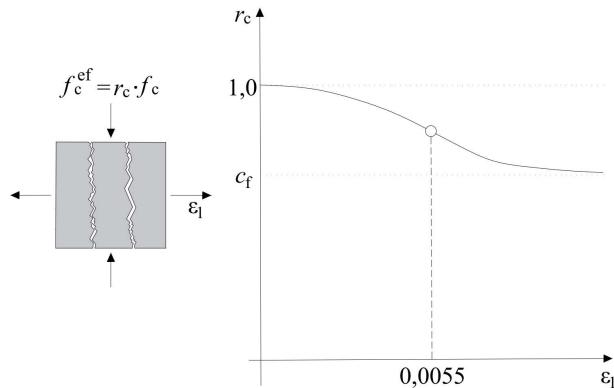


Figura 2.18 – Redução da resistência à compressão do concreto fissurado  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

$$f_c^{ef} = r_c \cdot f_c, r_c = c_f + (1 - c_f) \cdot e^{-(128 \cdot \varepsilon_v)^2} \quad \text{Equação 2.12}$$

Sendo:

$c_f$  = Constante do limite inferior.

$\varepsilon_v$  = Deformação à tração na direção transversal.

### 2.3.2.2. Aço

Para a modelagem de armaduras no *software* ATENA, pode ser adotada a abordagem discreta, na qual cada barra é representada individualmente por meio de elementos de treliça unidimensionais (1D). Essa estratégia permite a definição de diferentes arranjos de armaduras no modelo. O programa utiliza a técnica denominada *Embedded Reinforcement*, que vincula os nós dos elementos de barra aos deslocamentos dos nós dos elementos sólidos adjacentes. Dessa forma, torna-se necessário apenas posicionar corretamente cada barra no interior dos elementos de concreto e atribuir sua respectiva área transversal.

No que se refere ao comportamento do aço, o modelo constitutivo *CCReinforcement* disponibilizado no ATENA pode ser adotado, o qual permite a definição do material por meio de leis bilinear ou multilinear. Esse modelo contempla as fases de comportamento elástico, escoamento, endurecimento e ruptura do aço, conforme ilustrado na Figura 2.19.

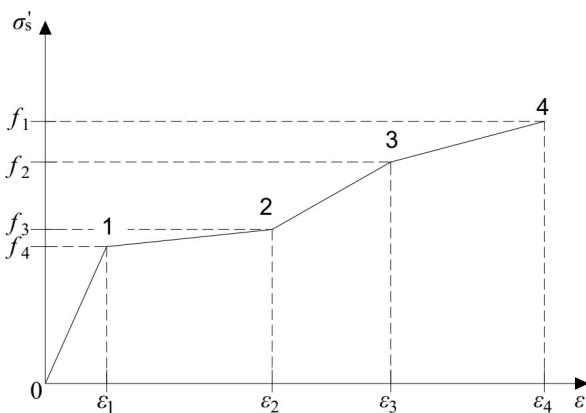


Figura 2.19 – Lei multilinear do aço  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

### 2.3.3. Condições de Carregamento

O método de Newton-Raphson pode ser adotado como forma de aplicação de carregamento por meio do controle de deslocamento, tendo em vista que ele estabelece o equilíbrio entre as forças internas e a carga externa aplicada à estrutura, conduzindo a análise de forma incremental e iterativa, por meio da resolução de um sistema de equações não lineares (Equação 2.13). A não linearidade do problema decorre, principalmente, do comportamento não linear associado às forças internas da estrutura.

$$K(p) \cdot \Delta p = q - f(p) \quad \text{Equação 2.13}$$

Sendo:

$K(p)$  = Matriz de rigidez.

$\Delta p$  = Incremento de deformação devido ao incremento de carga.

$q$  = Vetor de cargas conjuntas totais aplicadas.

$f(p)$  = Vetor de forças internas.

$p$  = Deformação da estrutura antes do incremento de carga.

Com isso, para a resolução da Equação 2.13 é realizado um procedimento de iteração até que alguns critérios de convergência sejam satisfeitos, sendo mantido o padrão do programa com erros de deslocamento, residual e residual absoluto de no máximo 0,01, além de erro de energia de no máximo 0,00001. Na Figura 2.20 é exibido o conceito da resolução dessa equação não-linear pelo método de Newton-Raphson, em que a cada iteração é recalculada a matriz de rigidez, indicada pela linha tangente.

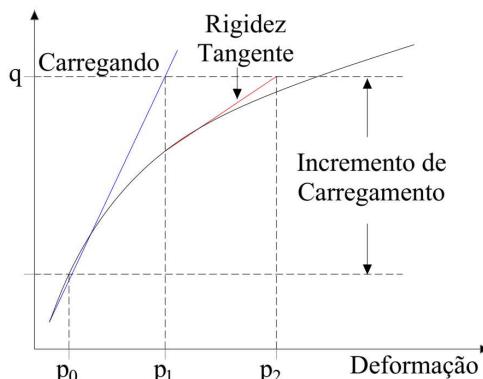


Figura 2.20 – Resolução de problema não-linear por Newton-Raphson  
(adaptado de CERVENKA, 2021).

## 2.4. RECOMENDAÇÕES DA NORMA ACI 318 (2025)

### 2.4.1. Método de Bielas e Tirantes

#### 2.4.1.1. Bielas

A tensão resistente à compressão das bielas ( $f_{ce}$ ) deve ser calculada de acordo com a Equação 2.14. Onde  $\beta_c$  é um fator de modificação de confinamento, válido tanto para as bielas quanto para os nós e depende da localização desses elementos, conforme mostra a Tabela 2.2; o coeficiente  $\beta_s$  depende da localização das bielas e da quantidade de armação, este pode ser definido a partir da Tabela 2.3; e  $f_{ck}$  é a resistência à compressão do concreto.

$$f_{ce} = 0,85 \cdot \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_{ck} \quad \text{Equação 2.14}$$

Tabela 2.2 - Fator  $\beta_c$  para bielas e nós

Localização	$\beta_c$
Extremidade de uma biela conectada a um nó que inclui uma superfície de apoio	O menor entre $\sqrt{A_2/A_1}$
Nó que inclui uma superfície de apoio	2
Outros casos	1

Fonte: Adaptado de ACI 318 (2025)

Tabela 2.3 - Coeficiente  $\beta_s$ 

Localização da biela	Tipo da biela	Armadura	Dimensões	$\beta_s$
Elementos tracionados ou Zonas tracionadas	Qualquer biela	Todos os casos	Todos os casos	0,40
Ligações viga-pilar	Bielas internas	Atendendo às disposições aplicáveis de resistência e detalhamento dos capítulos 15 e 18 da ACI 318 (2025)		0,75
Todos os outros casos	Bielas de contorno	Todos os casos	Todos os casos	1
		Armação mínima que satisfaça o item (a) ou (b) da tabela 23.5.1 da ACI 318 (2025)	Todos os casos	0,75
	Bielas internas	Não satisfaz o item (a) ou (b) da tabela 23.5.1 da ACI 318 (2025)	Localizada em regiões que satisfaçam o item 23.4.4 da ACI 318 (2025)	0,75
			Não satisfaz o item 23.4.4 da ACI 318 (2025)	0,40

Fonte: Adaptado de ACI 318 (2025)

A força resistente à compressão de uma biela sem armadura longitudinal ( $F_{ns}$ ) é calculada a partir da Equação 2.15, onde  $A_{cs}$  é a área da seção transversal da biela, sendo que, essa área deve ser avaliada em cada extremidade e deve ser adotada a menor entre elas.

$$F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs} \quad \text{Equação 2.15}$$

#### 2.4.1.2. Nós

A tensão resistente à compressão dos nós ( $f_{cn}$ ) deve ser calculada a partir da Equação 2.16, onde  $\beta_c$  é o mesmo fator de modificação de confinamento comentado no item 2.4.1.1 deste trabalho; o coeficiente  $\beta_n$  pode ser definido a partir da Tabela 2.4; e  $f_{ck}$  é a resistência à compressão do concreto.

$$f_{cn} = 0,85 \cdot \beta_c \cdot \beta_n \cdot f_{ck} \quad \text{Equação 2.16}$$

Tabela 2.4 - Coeficiente  $\beta_n$

Configuração da zona nodal	$\beta_n$
Delimitada por bielas, áreas de apoio ou ambos	1
Ancorando 1 tirante	0,80
Ancorando 2 ou mais tirantes	0,60

Fonte: Adaptado de ACI 318 (2025)

A força resistente à compressão dos nós ( $F_{nn}$ ) deve ser calculada com a Equação 2.17, onde  $A_n$  é a área da face dos nós.

$$F_{nn} = f_{cn} \cdot A_n$$

Equação 2.17

#### 2.4.1.3. Tirantes

A força resistente à tração de um tirante ( $F_{nt}$ ) deve ser calculada conforme a Equação 2.18, onde  $A_s$  é a área de aço;  $f_{ys}$  é a tensão resistente ao escoamento do aço; e a parcela  $A_{tp} \cdot \Delta f_p$  é referente à tirantes protendidos.

$$F_{nt} = A_s \cdot f_{ys} + A_{tp} \cdot \Delta f_p$$

Equação 2.18

#### 2.4.2. Critérios de Armação Mínima

Elementos que possuem regiões D, ou seja, possuem descontinuidades geométricas ou estáticas, e são projetados usando o Método de Bielas e Tirantes devem seguir os critérios de armação mínima apresentados na Tabela 2.5, segundo o item 23.5.1 da norma ACI 318 (2025). Sendo que, o espaçamento não deve ser maior que 300mm e o ângulo  $\alpha$  não deve ser menor que 40º.

Tabela 2.5 - Taxa de armadura mínima

Contenção lateral da biela	Configuração da armadura	Taxa de armadura mínima
Sem contenção	Malha ortogonal	0,0025 em cada direção
Contida	Armadura unidirecional cruzando a biela em um ângulo $\alpha$	$\frac{0,0025}{\operatorname{sen}^2 \alpha}$
	Não é necessária armadura distribuída	

Fonte: Adaptado de ACI 318 (2025)

## 2.5. RECOMENDAÇÕES DA NORMA EN 1992-2 (2005)

O anexo J da norma europeia EN 1992-2 (2005), também conhecida como EUROCODE 2, no item J.104, trata sobre áreas parcialmente carregadas nas zonas de apoio de pontes. Essa norma estabelece que a distância da borda da área carregada até a borda livre do elemento estrutural ( $l$ ) não deve ser menor que 1/6 da dimensão correspondente da área carregada ( $a$ ), medida na mesma direção, sendo que essa distância deve ser no mínimo de 50mm (conforme detalhado na Equação 2.19).

$$\begin{aligned} l &\geq 1/6 \cdot a \\ l_{\min} &\geq 50\text{mm} \end{aligned}$$

Equação 2.19

Além disso, para prevenir a ruptura por deslizamento da borda, a norma recomenda a utilização de uma armação distribuída paralela à face carregada, até o ponto em que as tensões de compressão locais são dispersas. Essa armação deve ser bem ancorada no concreto. O ponto de dispersão das tensões é definido por uma linha traçada a partir da borda interna da área carregada, com inclinação de 30°, até interceptar a face lateral do elemento estrutural, conforme pode ser observado na Figura 2.21. A área de aço necessária para resistir ao deslizamento de borda ( $A_r$ ) deve ser determinada a partir da Equação 2.20.

$$A_r \cdot f_{yd} \geq N/2$$

Equação 2.20

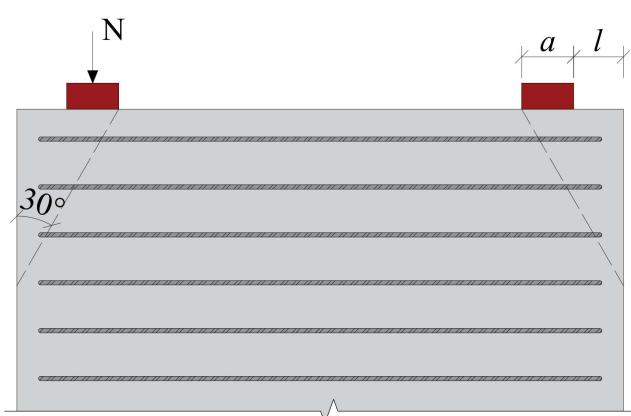


Figura 2.21 – Mecanismo de deslizamento de borda  
Fonte: Adaptado de EN 1992-2 (2005)

### **3. METODOLOGIA**

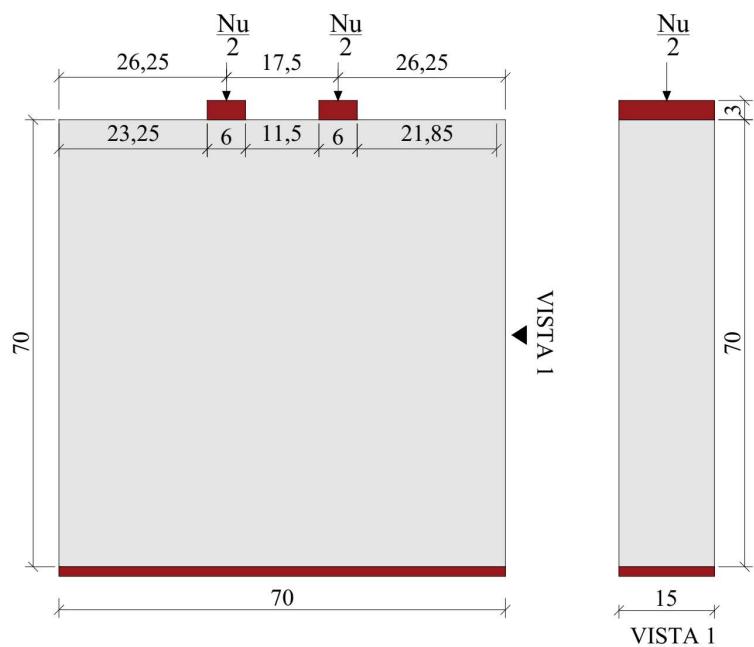
#### **3.1. PROGRAMA EXPERIMENTAL**

##### **3.1.1. Características dos Espécimes**

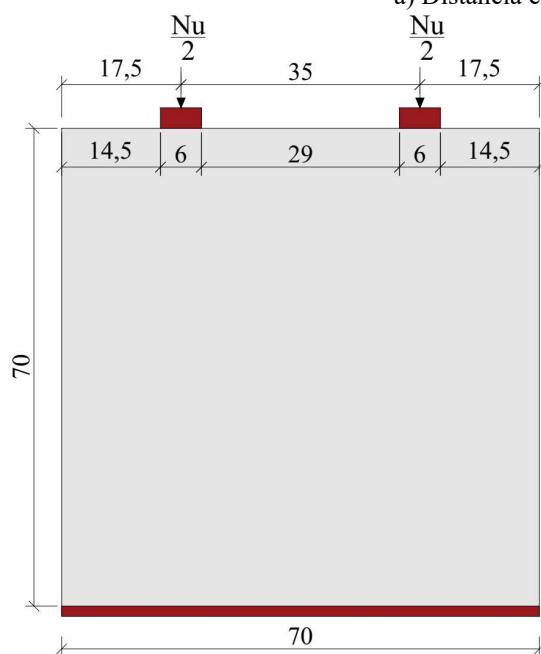
Os testes tiveram como objetivo simular, em escala local, áreas de descontinuidade, as quais podem surgir em situações como elementos pré-fabricados, componentes com protensão, partes de fundações e outros elementos que possam experimentar tensões transversais de tração ao longo de uma seção. Foi selecionada uma forma geométrica que permitisse a representação precisa dessa zona de variação de tensões.

Foi conduzida uma análise experimental em um conjunto de 9 espécimes prismáticos de concreto armado medindo 70cm de largura ( $b$ ), 70cm de altura ( $h$ ) e 15cm de espessura ( $e$ ), com armaduras na forma de estribos fechados e um cobrimento de 2,5cm. As variáveis exploradas consistiram nas diferentes distâncias entre os pontos de aplicação de carga ( $s$ ) e na distribuição da armação. Além disso, é importante ressaltar que foram feitos 2 espécimes de cada tipo para que fossem avaliadas as repetições, totalizando 18 espécimes.

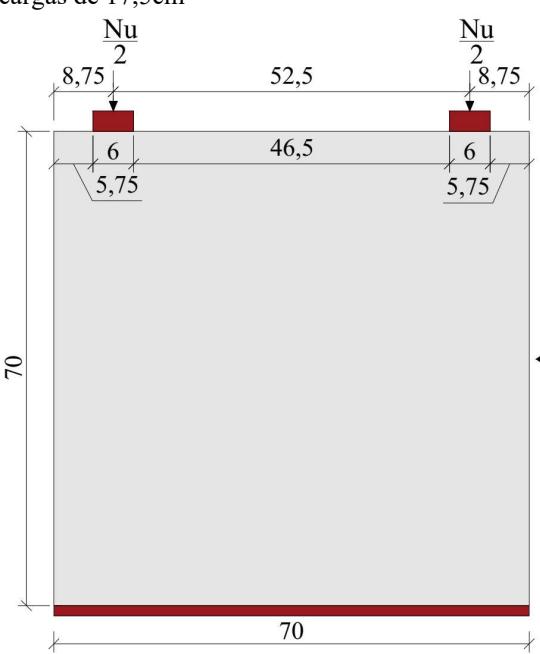
Quanto às distâncias entre os pontos de aplicação de carga, foram adotadas três diferentes configurações. No primeiro caso, as cargas foram espaçadas a uma distância de 17,5 cm entre si (ver Figura 3.1a). No segundo caso, essa distância foi aumentada para 35 cm (ver Figura 3.1b). No terceiro caso, as cargas foram posicionadas a uma distância de 52,5 cm entre si (ver Figura 3.1c).



a) Distância entre as cargas de 17,5cm



b) Distância entre as cargas de 35cm



c) Distância entre as cargas de 52,5cm  
Figura 3.1 – Geometria dos espécimes  
(Cotas em centímetro)

Nesse sentido, foram conduzidas três séries de análises, cada uma dividida em três subséries de disposição da armadura. Na primeira subsérie os espécimes foram armados apenas com uma armadura de contorno para garantir a integridade das peças no manuseio e locomoção dentro do laboratório. Esta armadura não proporciona um aumento na resistência ao fendilhamento, já que ela não se posiciona dentro do plano de ruína e, por esse motivo, não absorve as tensões transversais de tração. Nesta primeira subsérie também foram utilizadas armaduras localizadas

abaixo das zonas de carregamento (ver Figura 3.2), com a finalidade de reforçar as regiões nodais da biela, evitando assim que os prismas falhem por esmagamento nessa região.

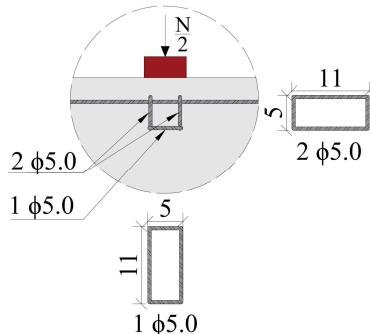


Figura 3.2 – Armadura de reforço nodal utilizada nos espécimes da subsérie 1  
(Cotas em centímetro)

Na segunda subsérie, foi empregada a taxa mínima de 25% recomendada no ACI 318 (2025) de forma distribuída, tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal. Por fim, a terceira subsérie adotou uma armadura transversal concentrada na região dos tirantes, dimensionada através do Método de Bielas e Tirantes, em conjunto com a armadura distribuída estipulada pelo ACI 318 (2025).

A nomenclatura adotada para os espécimes indica os seguintes dados:

- Relação entre a distância de aplicação de carga (s) e a altura do espécime (h): 0,25, 0,50 e 0,75;

$$\frac{17,5\text{cm}}{70\text{cm}} = 0,25$$

$$\frac{35\text{cm}}{70\text{cm}} = 0,50$$

$$\frac{52,5\text{cm}}{70\text{cm}} = 0,75$$

- Disposição da armadura: P (armadura de contorno), D (armadura distribuída) e DC (armadura distribuída e armadura concentrada);
- Instrumentação: 1 (instrumentado com LDVT) e 2 (instrumentado com LVDT e extensômetro)

O espécime 0,25-D-1, por exemplo, é um elemento com cargas concentradas aplicadas em uma distância de 17,5cm entre si, com armadura distribuída calculada por meio do ACI 318 (2025) e instrumentado apenas com LVDT. As representações das configurações de armação de cada espécime estão na Figura 3.3 até a Figura 3.5 e as características estão descritas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Características geométricas e descrição da armação dos espécimes

ESPÉCIME	GEOMETRIA			APARELHO DE APLICAÇÃO DE CARGA			Distância entre as cargas (cm)	Armadura distribuída		Armadura concentrada			
	<i>h</i> (cm)	<i>b<sub>w</sub></i> (cm)	<i>L</i> (cm)	<i>b<sub>ap</sub></i> (cm)	<i>l<sub>ap</sub></i> (cm)	<i>e<sub>ap</sub></i> (cm)		Longitu-dinal	Transver-sal	T1	T2	T3	
SÉRIE 1	0,25-P-1	70	15	70	15	6	3	17,5	2 φ 5.0	2 φ 5.0	-	-	-
	0,25-P-2												
	0,25-D-1	70	15	70	15	6	3	17,5	7 φ 5.0	7 φ 5.0	-	-	-
	0,25-D-2												
	0,25-DC-1	70	15	70	15	6	3	17,5	7 φ 5.0	6 φ 5.0	-	2 φ 6.3	-
	0,25-DC-2												
SÉRIE 2	0,50-P-1	70	15	70	15	6	3	35	2 φ 5.0	2 φ 5.0	-	-	-
	0,50-P-2												
	0,50-D-1	70	15	70	15	6	3	35	7 φ 5.0	7 φ 5.0	-	-	-
	0,50-D-2												
	0,50-DC	70	15	70	15	6	3	35	7 φ 5.0	5 φ 5.0	2 φ 6.3	1 φ 6.3	-
	0,50-DC-2												
SÉRIE 3	0,75-P-1	70	15	70	15	6	3	52,5	2 φ 5.0	2 φ 5.0	-	-	-
	0,75-P-2												
	0,75-D-1	70	15	70	15	6	3	52,5	7 φ 5.0	7 φ 5.0	-	-	-
	0,75-D-2												
	0,75-DC-1	70	15	70	15	6	3	52,5	7 φ 5.0	5 φ 5.0	2 x 1 φ 8.0	2 φ 6.3	2 φ 6.3
	0,75-DC-2												

Onde: *h* é a altura, *b<sub>w</sub>* é a largura, *L* é o comprimento, *b<sub>ap</sub>* é a largura do aparelho de apoio, *l<sub>ap</sub>* é o comprimento do aparelho de apoio

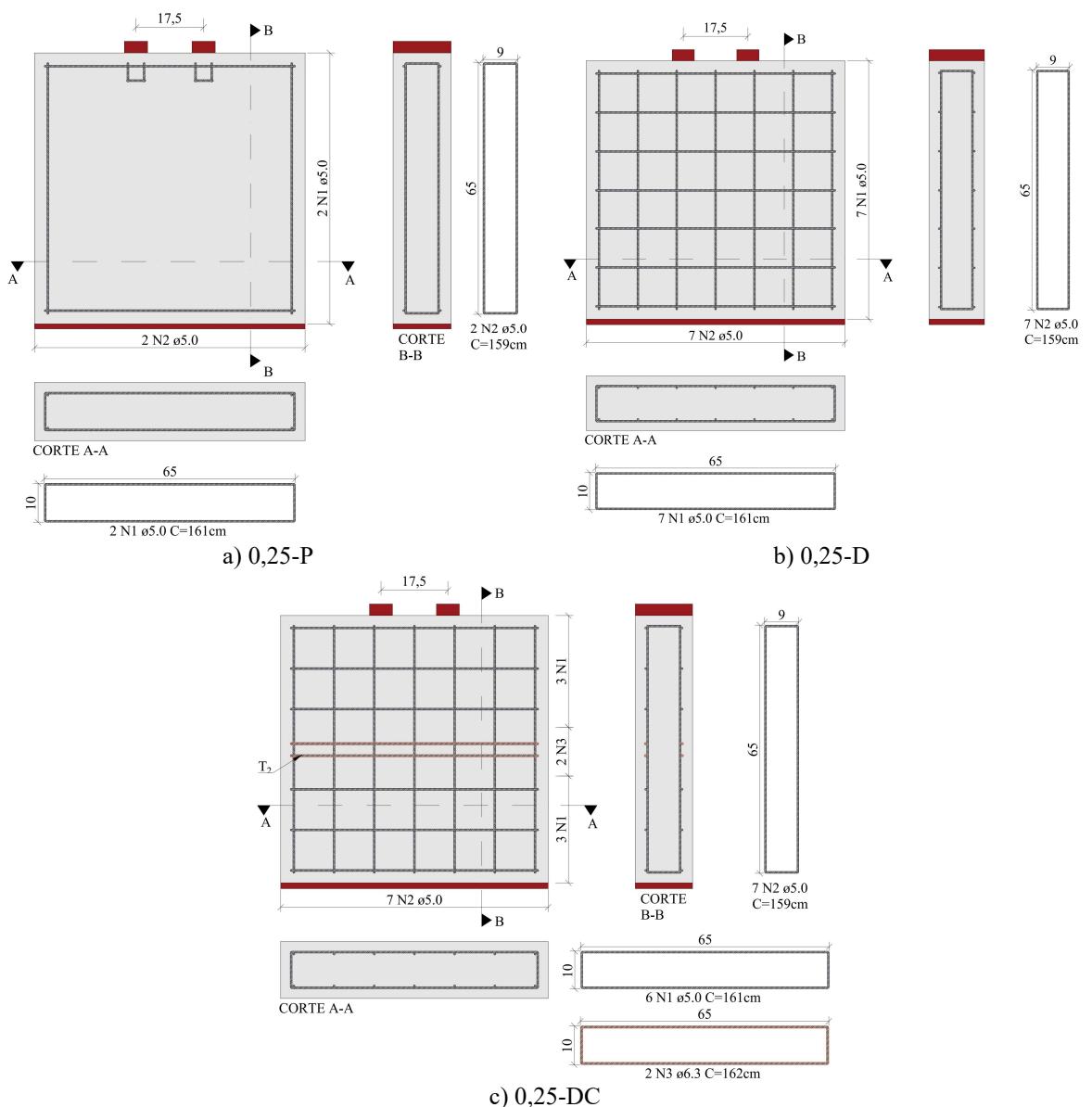


Figura 3.3 – Layout de armadura para a série 1  
(Cotas em centímetro)

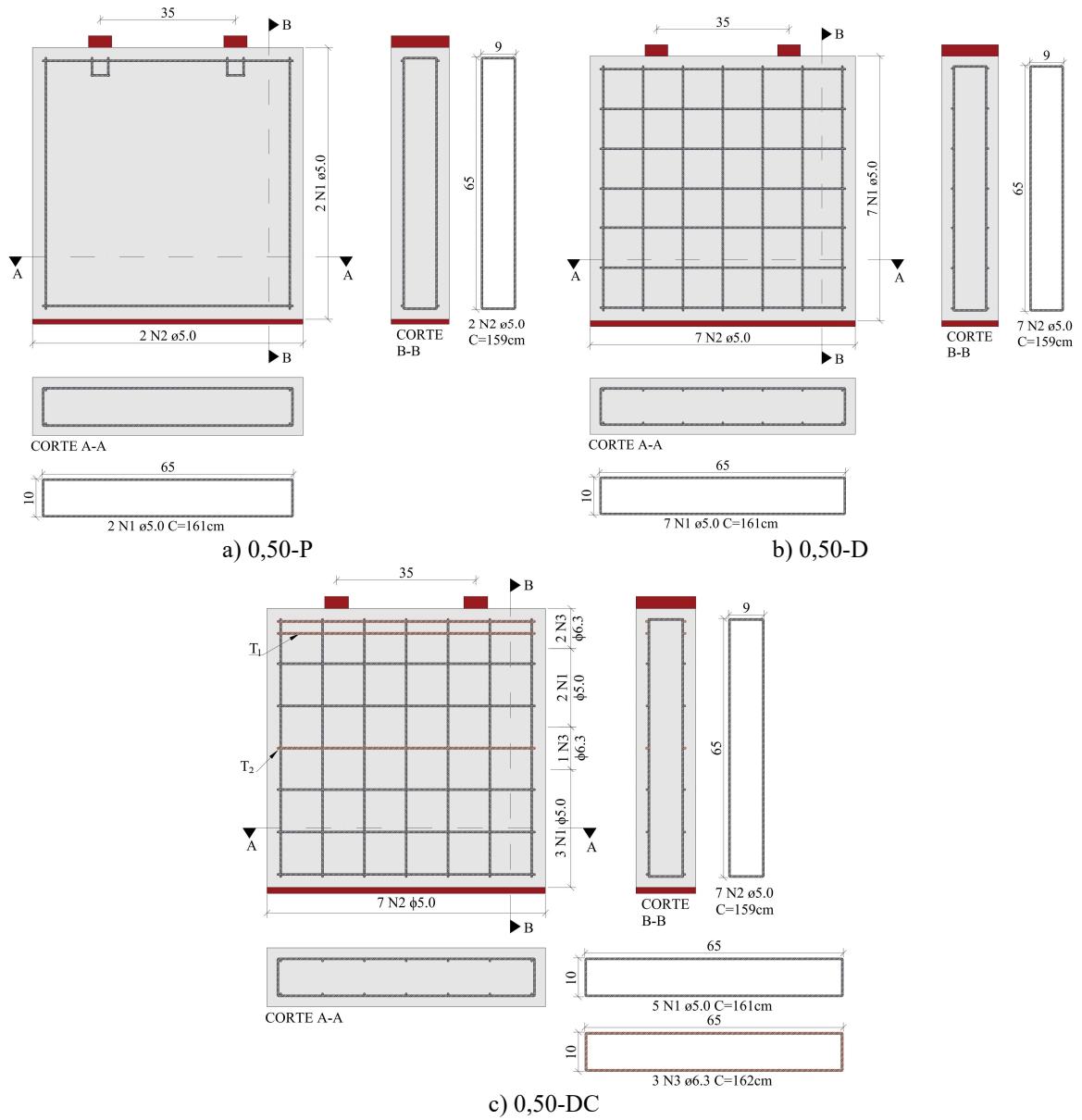


Figura 3.4 – Layout de armadura para a série 2  
(Cotas em centímetro)

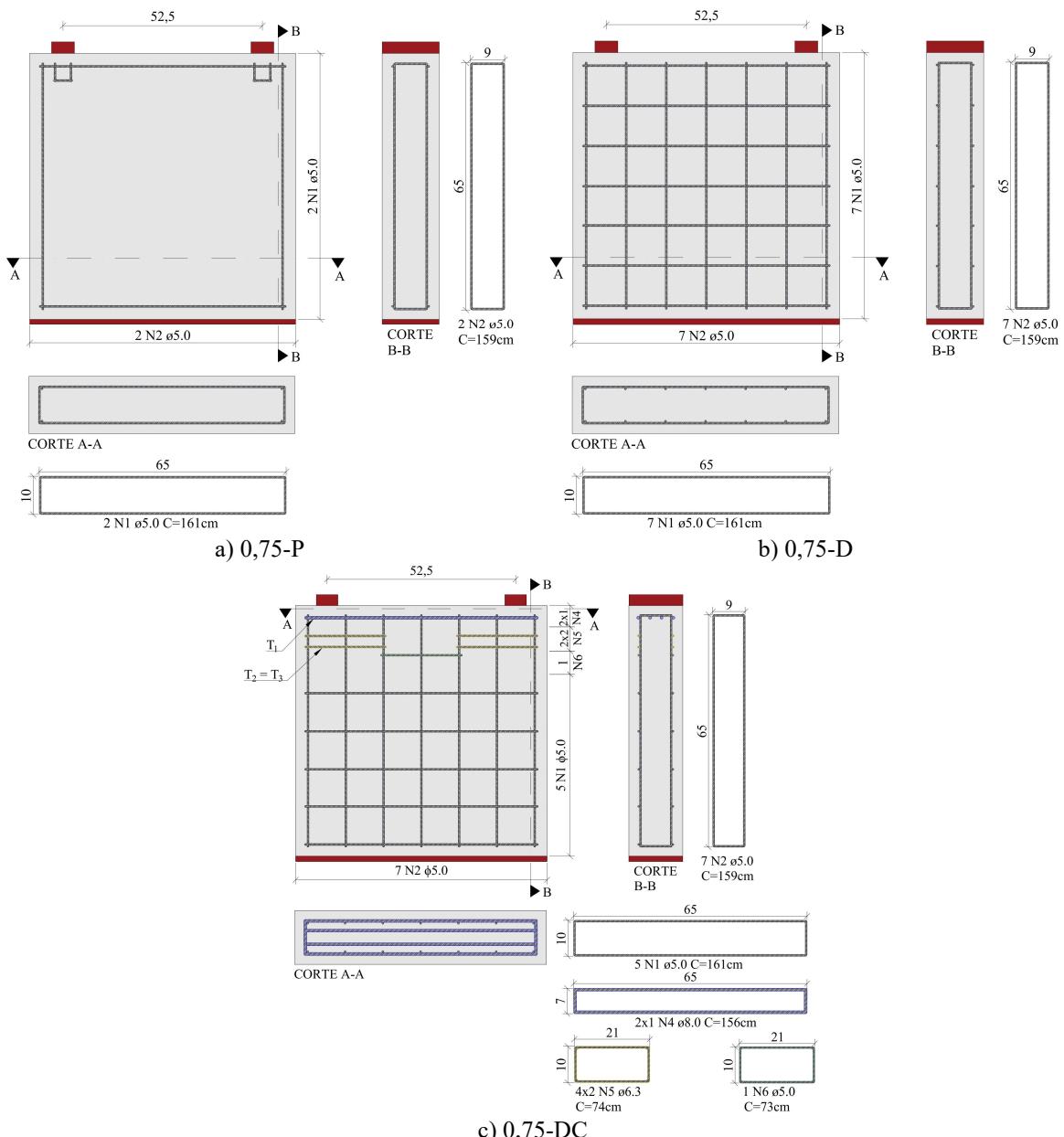


Figura 3.5 – Layout de armadura para a série 3  
(Cotas em centímetro)

### 3.1.1.1. Dimensionamento das armaduras concentradas através do Método de Bielas e Tirantes

Os modelos de bielas e tirantes adotados para o dimensionamento das armaduras concentradas foram desenvolvidos a partir de uma análise linear elástica dos estados de tensão em cada espécime, considerando as diferentes distâncias entre os pontos de aplicação de carga, aliado às recomendações de BURDET *et al.* (1991). A partir dessa análise, foi possível determinar as alturas das resultantes de compressão e tração. Dessa maneira, as bielas foram posicionadas de forma estratégica, sendo representadas pelas linhas em azul para indicar as zonas comprimidas,

enquanto os tirantes foram destacados pelas linhas em laranja para indicar as regiões tracionadas (ver Figura 3.6).

Com os modelos estabelecidos, considerou-se a aplicação de uma carga máxima de compressão ( $N_u$ ) de 60 tf, distribuída em duas chapas de aço com 60 mm de largura, 150 mm de comprimento e 35 mm de espessura. A partir dessa carga, foram determinados os esforços solicitantes em cada tirante, permitindo o dimensionamento das armaduras concentradas necessárias nessas regiões.

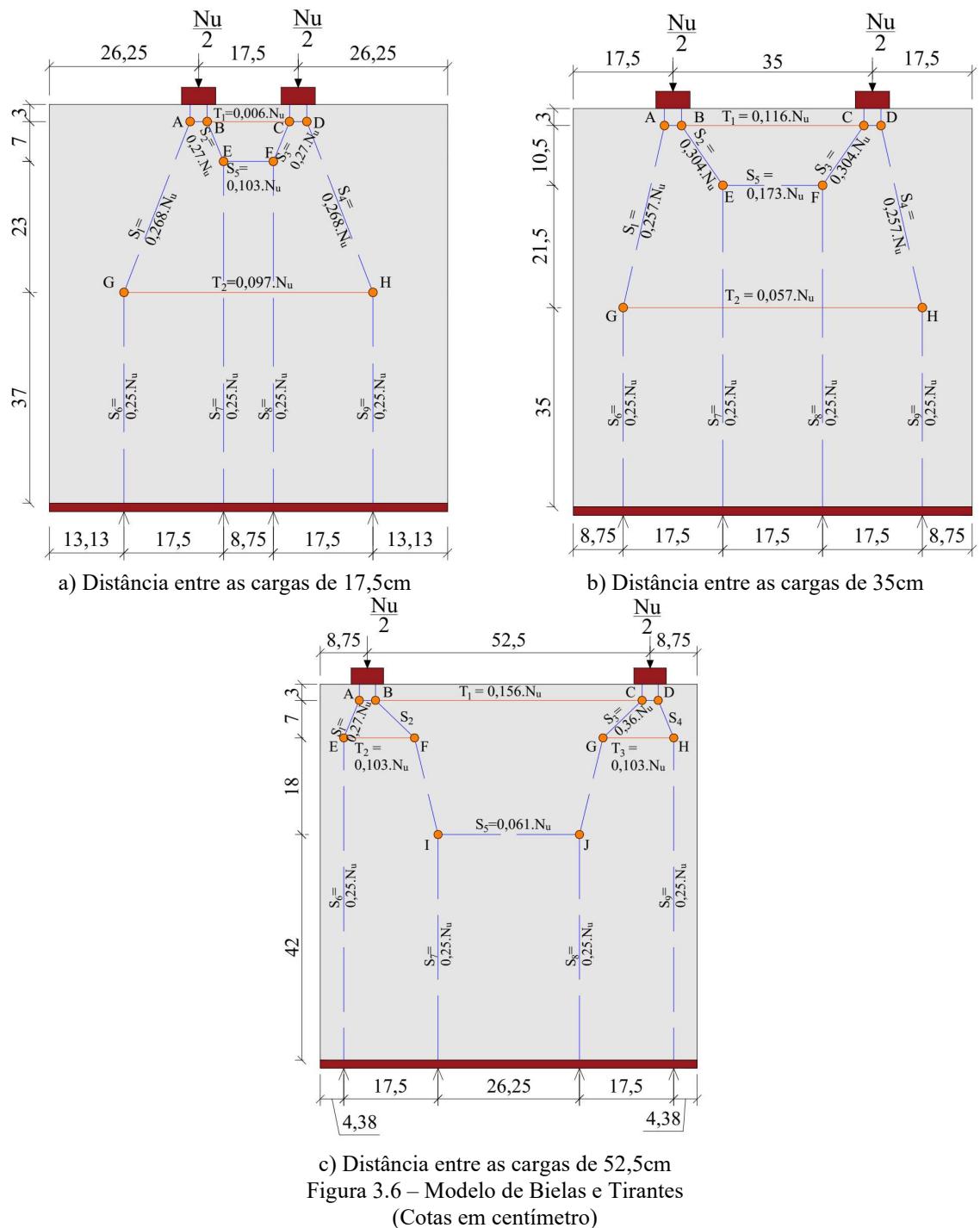


Figura 3.6 – Modelo de Bielas e Tirantes  
(Cotas em centímetro)

### 3.1.2. Instrumentação

Por meio da instrumentação utilizada, foram coletados dados essenciais para analisar a resistência dos espécimes durante o decorrer do teste. Esses dados incluem informações sobre as cargas aplicadas, as deformações na superfície do concreto e nas barras de aço.

Todas as informações obtidas foram submetidas a um processo de análise por um sistema central de aquisição e processamento de dados chamado ADS (*Aquisition Data System*). Esse sistema permite a condução dos ensaios de maneira contínua, sem a necessidade de etapas de carregamento específicas, podendo acomodar até 32 canais de medição simultaneamente. Isso proporciona uma capacidade ampliada de captura de dados, resultando em maior sensibilidade e precisão. Além disso, o carregamento aplicado foi monitorado por meio de uma célula de carga conectada à prensa hidráulica.

#### 3.1.2.1. Deformação na Superfície do Concreto

A medição da deformação horizontal no concreto ( $\varepsilon_{cx}$ ) foi realizada por meio de seis transdutores de deslocamento linear variável (LVDT), os quais foram instalados horizontalmente em todos os espécimes. As posições desses LVDTs variaram entre as diferentes séries de ensaio, sendo definidas de acordo com o diagrama do fluxo de tensões elásticas correspondente a cada uma. Enquanto a medição da deformação vertical do concreto ( $\varepsilon_{cz}$ ) foi efetuada utilizando dois LVDTs, que foram posicionados longitudinalmente ao longo dos eixos de aplicação de carga. A Figura 3.7 apresenta as posições adotadas para os LVDTs na Série 1. As posições correspondentes à Série 2 são mostradas na Figura 3.8, enquanto as da Série 3 estão ilustradas na Figura 3.9.

Para a fixação dos transdutores, cantoneiras de aço foram parafusadas nos espécimes, com a utilização de um parafuso por cantoneira. A estrutura fixa do LVDT foi presa em uma das cantoneiras com o uso de abraçadeiras plásticas. Já a extremidade da haste móvel foi fixada em uma cantoneira oposta, sendo parafusada em um furo previamente existente. Ressalta-se que os dados coletados por meio dos LVDTs correspondem às variações de deslocamento registradas na superfície do concreto, considerando como comprimento inicial a distância entre os parafusos de fixação das cantoneiras que apoiam cada LVDT. Posteriormente, esses deslocamentos foram convertidos em deformações.

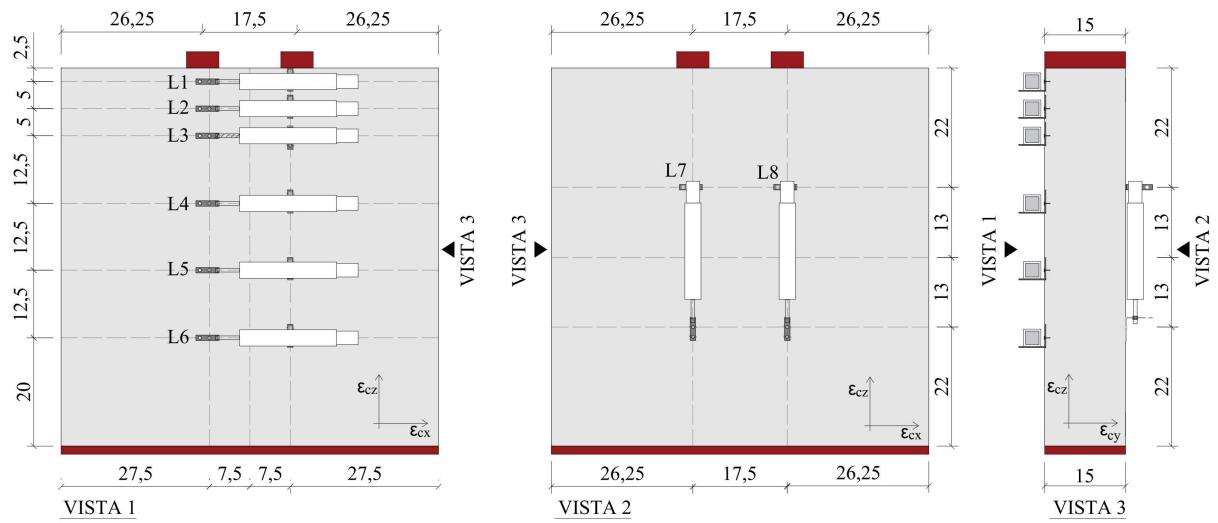


Figura 3.7 – Posições dos sensores de deslocamento nos espécimes da série 1  
(Cotas em centímetro)

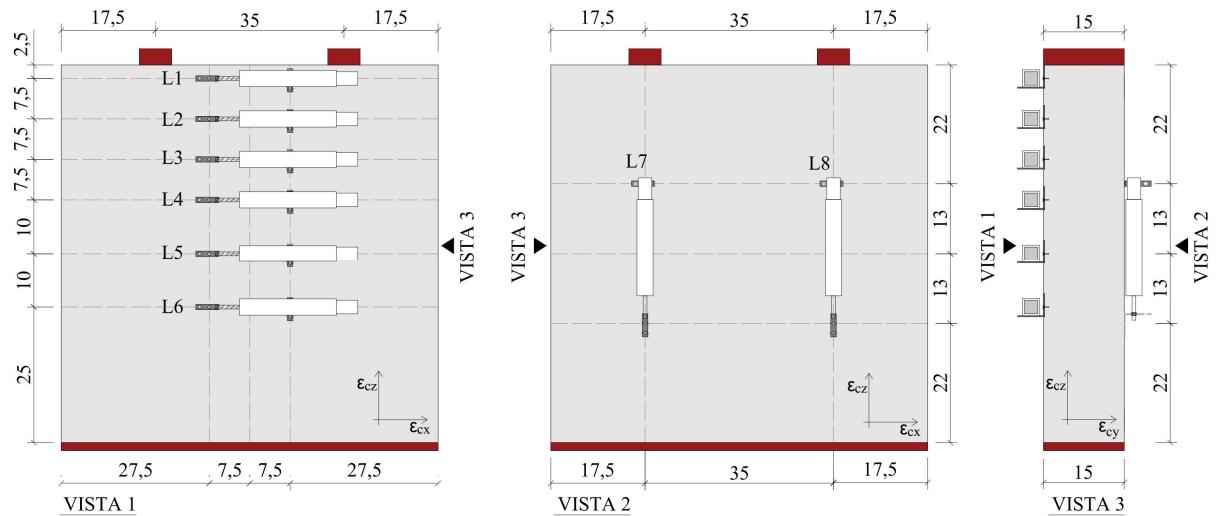


Figura 3.8 – Posições dos sensores de deslocamento nos espécimes da série 2  
(Cotas em centímetro)

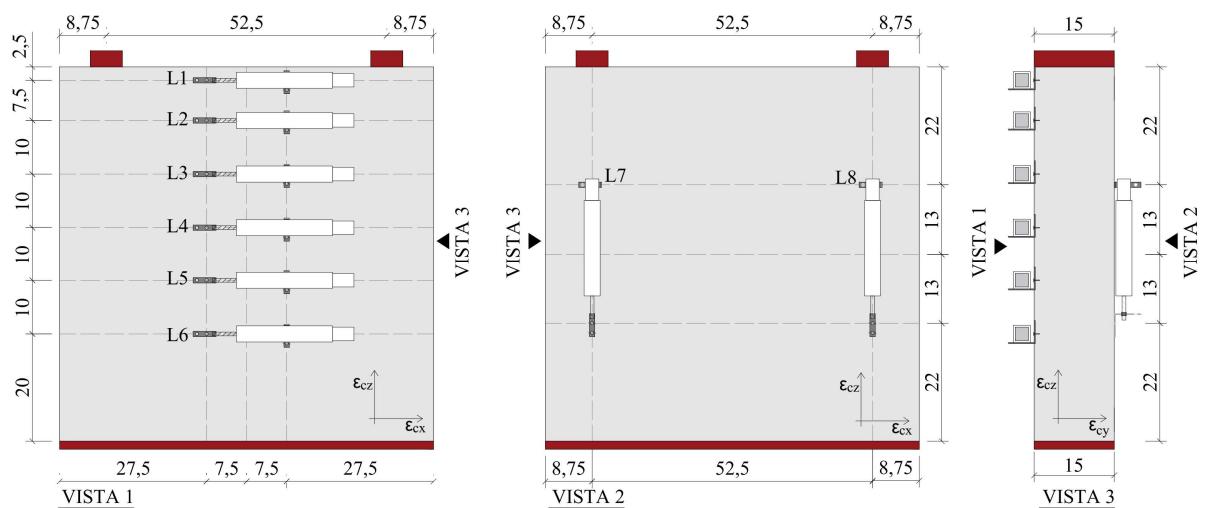


Figura 3.9 – Posições dos sensores de deslocamento nos espécimes da série 3  
(Cotas em centímetro)

### 3.1.2.2. Deformações no Aço

Para monitorar as deformações das armaduras, foram utilizados extensômetros elétricos (*strain gages*) de resistência de  $120\Omega$  para uso em superfícies de aço da marca KYOWA com especificação KFG-5-120-C1-11. Estes foram posicionados em algumas armações, tanto concentradas quanto distribuídas, na direção do eixo de um dos pontos de aplicação de carga (linha A) e no eixo longitudinal dos espécimes (linha B), em somente 1 face dos estribos.

Na Figura 3.10, Figura 3.11 e Figura 3.12, está o detalhamento da posição dos extensômetros nas séries 1, 2 e 3, respectivamente. É válido ressaltar que durante a moldagem dos espécimes, alguns extensômetros foram perdidos. Esses extensômetros estão indicados por meio de uma marcação com bolinha amarela, enquanto a bolinha vermelha representa aqueles para os quais foi possível realizar a leitura dos sinais.

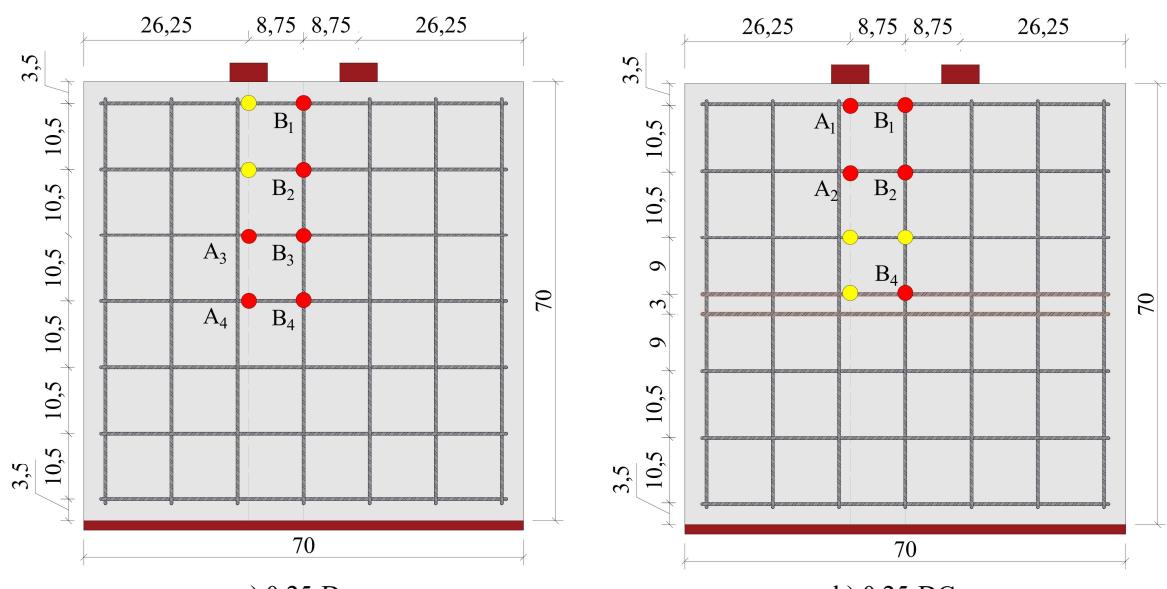


Figura 3.10 – Posições dos extensômetros da série 1  
(Cotas em centímetro)

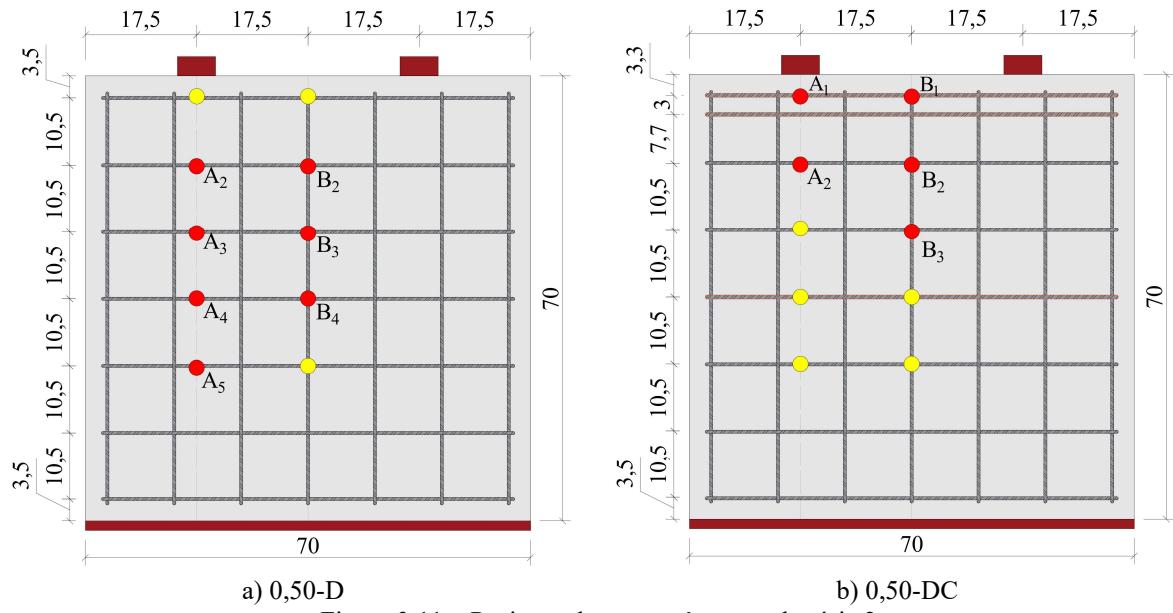


Figura 3.11 – Posições dos extensômetros da série 2  
(Cotas em centímetro)

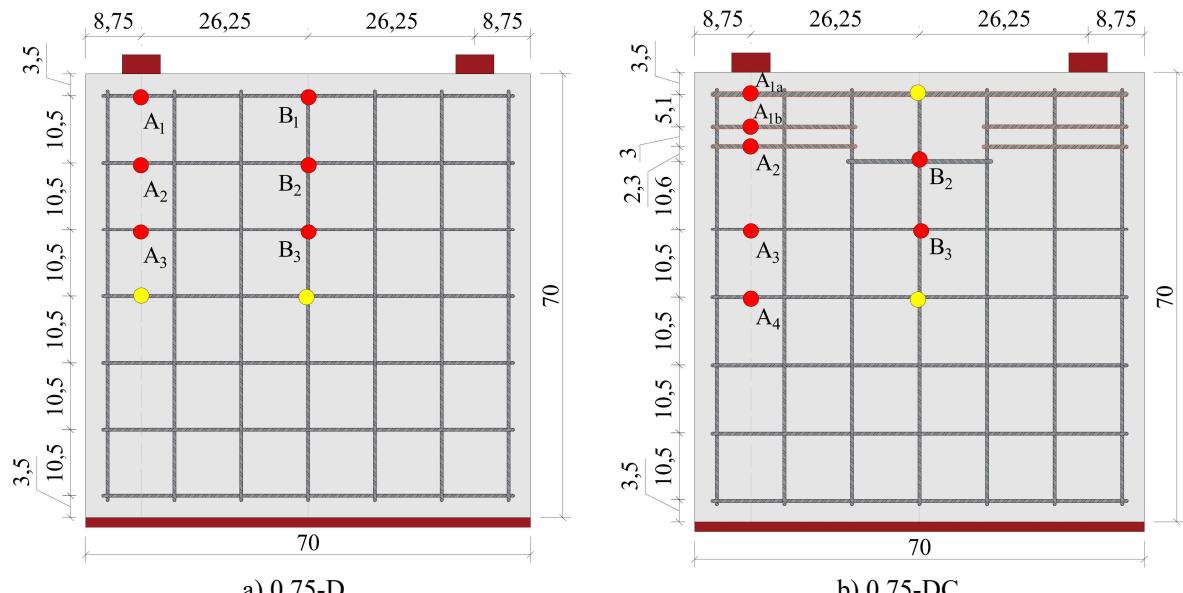


Figura 3.12 – Posições dos extensômetros da série 3  
(Cotas em centímetro)

### 3.1.3 Materiais

3131 *Concreto*

Para a moldagem dos espécimes, optou-se por utilizar concreto usinado, feito com agregados miúdos e graúdos característicos da região do estudo, da cidade de Belém, e um aditivo para melhorar a trabalhabilidade e facilitar a aplicação, especialmente em áreas com alta densidade de armaduras. A relação dos materiais por metro cúbico de concreto, para o traço selecionado, está listada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Traço do concreto utilizado

Materiais	Traço unitário (por m <sup>3</sup> )	Quantidade (kg/m <sup>3</sup> )
Cimento CP II F 40	1	425
Areia natural rio média	1,478	628
Seixo rolado amarelo rio 0	2,485	1056
Aditivo Poli 1 SPX polifuncional	0,005	2,125
Relação água/cimento	0,492	209

Após o recebimento do concreto, procedeu-se ao teste de abatimento (*slump test*) conforme as diretrizes estabelecidas pela norma ABNT NBR 16889 (2020), resultando em um abatimento do tronco de cone de 14cm. Durante a aplicação do concreto nas formas, empregou-se o adensamento utilizando vibradores mecânicos de imersão para os espécimes e vibrador manual para os corpos de prova destinados à análise das propriedades mecânicas do concreto. Em seguida, deu-se início ao processo de cura dos espécimes, com umedecimento 2 vezes ao dia por 7 dias consecutivos. Quanto aos corpos de prova, foram mantidos sob as mesmas condições ambientais que os espécimes.

Foram produzidos corpos de prova cilíndricos de concreto, de acordo com as diretrizes da NBR 5738 (2015), com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura. Estes foram empregados na avaliação da resistência à compressão, tração por compressão diametral e módulo de elasticidade do concreto, conforme especificado nas normas NBR 5739 (2018), NBR 7222 (2011) e NBR 8522-1 (2021), respectivamente. Os resultados obtidos nesta caracterização estão detalhados na Tabela 3.3. Na análise dos dados desta pesquisa, foram considerados os valores médios como parâmetros.

Tabela 3.3 – Resultados das propriedades mecânicas do concreto

Corpo de prova	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)
1	32,09	2,79	19,78
2	36,78	2,37	21,31
3	38,41	2,76	21,88
Média aritmética	35,76	2,64	20,99
Desvio Padrão	3,28	0,23	1,09
COV (%)	9,18	8,88	5,19

### 3.1.4. Sistema de Ensaio

Os ensaios foram conduzidos submetendo-se os espécimes a forças de compressão, aplicadas por meio de um cilindro hidráulico, o qual foi acionado por uma bomba hidráulica. O carregamento foi realizado em passos de carga de 10kN e a leitura foi finalizada após a ruptura

dos espécimes. A leitura do carregamento foi realizada com o auxílio de uma célula de carga conectada a um sistema de aquisição de dados. Tanto o cilindro hidráulico quanto a célula de carga foram posicionados sobre uma viga trapezoidal, a qual desempenhou a função de viga de reação.

O sistema de ensaio foi montado em um pórtico metálico. A viga inferior do pórtico serviu como apoio para os espécimes de concreto, enquanto a viga superior foi utilizada para a fixação do cilindro hidráulico. Sobre cada espécime, foram posicionadas duas chapas metálicas que atuaram como pontos de aplicação da carga. Cada chapa apresentava dimensões de 6 cm de largura, 15 cm de comprimento e 3 cm de espessura.

Com o objetivo de promover uma distribuição uniforme das tensões, foi aplicada uma fina camada de gesso entre as chapas metálicas e a superfície dos espécimes de concreto. De maneira análoga, uma peça de compensado foi posicionada na base dos espécimes, entre estes e a viga inferior do pórtico, visando também garantir a uniformidade da área de apoio.

O procedimento experimental iniciou-se com a aplicação de um pré-carregamento nos espécimes, com a finalidade de assegurar a estabilidade do sistema e evitar possíveis movimentações que pudessem gerar excentricidades durante o ensaio. Posteriormente, o carregamento foi aplicado de maneira contínua, sendo a aplicação interrompida após a formação da fissura de fendilhamento ou quando não houve mais incremento de carga.

O monitoramento dos dados foi realizado por meio de um módulo de aquisição de dados ADS 2000, configurado para efetuar três leituras por segundo. O equipamento foi operado utilizando o software fornecido pela fabricante LYNX Tecnologia. Na Figura 3.13 pode ser observado o desenho esquemático do sistema de ensaio e na Figura 3.14 está o modelo executado.

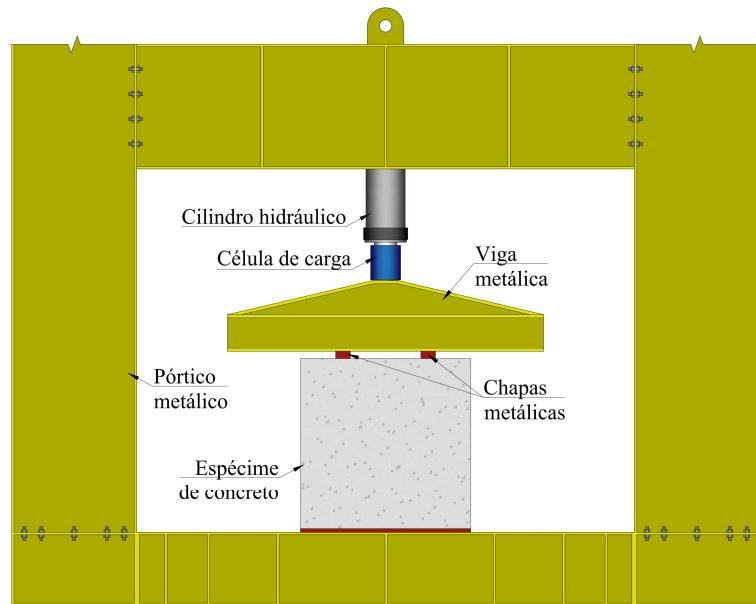


Figura 3.13 – Desenho do sistema de ensaio

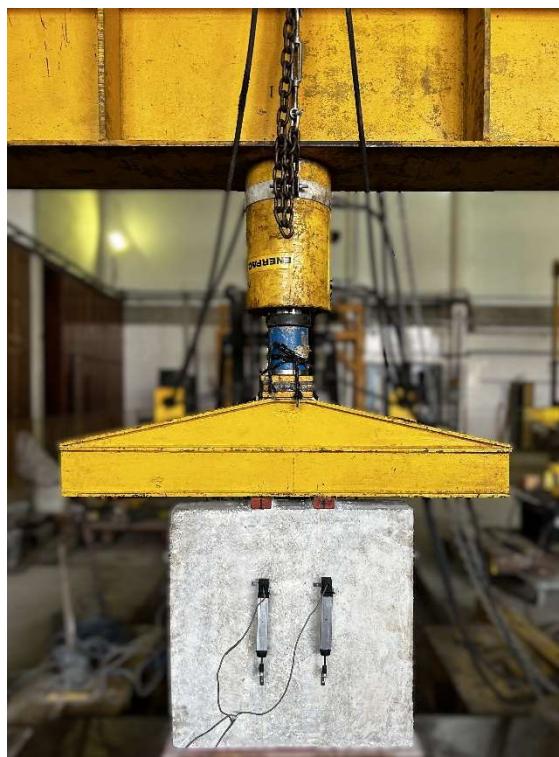


Figura 3.14 – Foto do sistema de ensaio executado

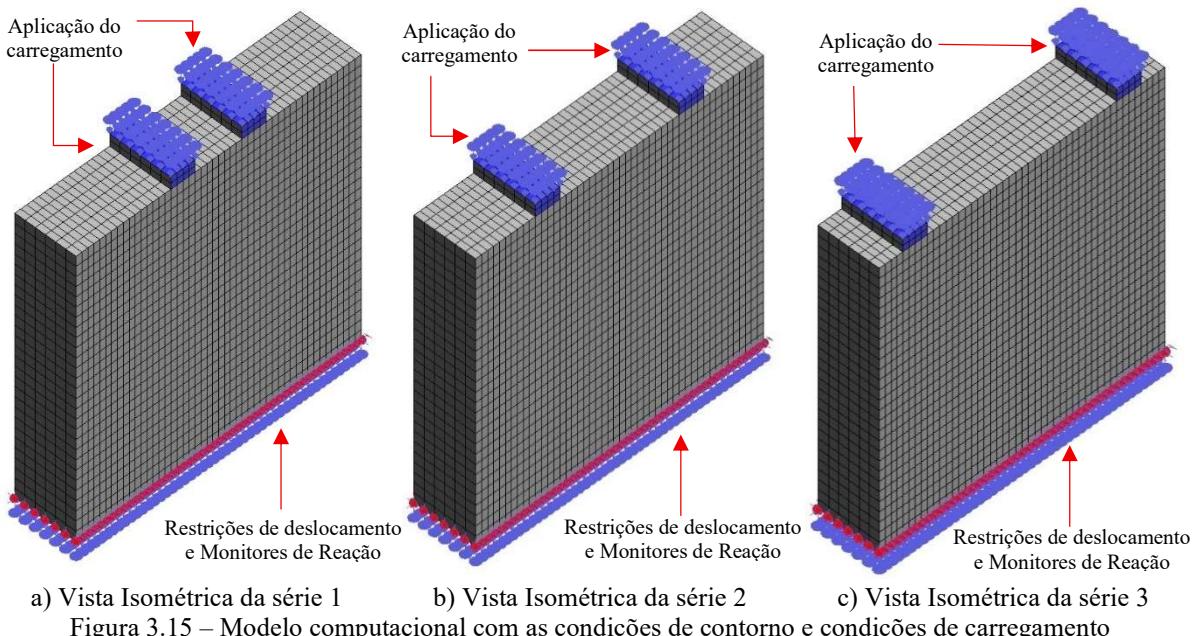
### 3.2. MODELAGEM COMPUTACIONAL

Este tópico apresenta o processo de modelagem computacional dos espécimes que foram ensaiados experimentalmente, utilizando o *software* ATENA. A modelagem foi realizada a fim de representar, de forma numérica, o comportamento estrutural dos prismas de concreto, de modo a validar os modelos adotados e verificar sua capacidade de simular os fenômenos observados nos ensaios.

Para isso, a modelagem foi elaborada de forma a reproduzir as condições do programa experimental, considerando os mesmos parâmetros geométricos, de carregamento, de restrições e de propriedades dos materiais. Assim, busca-se demonstrar que a análise computacional pode ser uma ferramenta eficiente e complementar na compreensão do comportamento de elementos desse tipo, bem como no apoio ao dimensionamento e à avaliação de estruturas em situações semelhantes.

### 3.2.1. Geometria e Condições de Contorno

Foram modelados nove espécimes, correspondentes às três séries de análise detalhadas no programa experimental (ver Figura 3.15 e Figura 3.16). A fim de simular o sistema de ensaio realizado, o carregamento foi aplicado através de duas placas de aço posicionadas no topo dos prismas, respeitando as três variações de distância entre os pontos de aplicação. Adicionalmente, foram impostas restrições de deslocamento vertical (direção Z) na superfície da base dos prismas, de modo a simular as condições de apoio observadas nos ensaios. Quanto a aferição das forças de reação, esta foi realizada através da inserção de monitores de reação nesta mesma superfície.



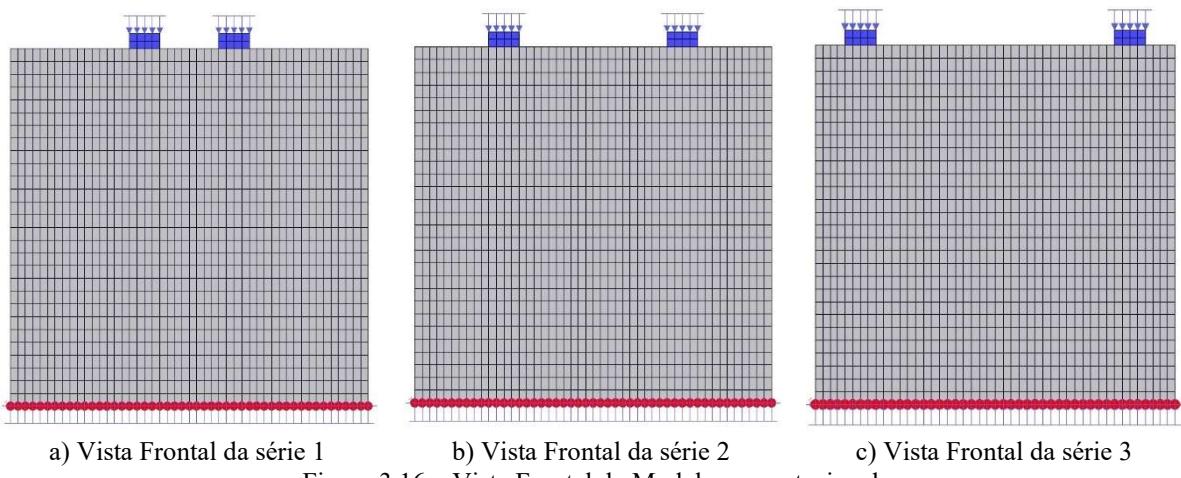


Figura 3.16 – Vista Frontal do Modelo computacional

A aderência entre o concreto e o aço das armaduras foi considerada como perfeita em todos os modelos. Com relação as placas de aço empregadas para a aplicação do carregamento, estas foram fixadas na área de contato com o espécime de concreto, e a aderência entre esses elementos foi considerada conforme realizado nos ensaios. Para a medição da deformação superficial do concreto na direção Z, os monitores de deslocamento foram posicionados nas mesmas localizações dos parafusos de fixação das cantoneiras utilizadas no programa experimental (ver Figura 3.17). No caso das medições na direção X, além das posições detalhadas no experimental, foram adicionados pontos intermediários (ver Figura 3.18), com o objetivo de obter um maior número de leituras e, consequentemente, um perfil de deformações mais detalhado ao longo da altura dos prismas. Dessa forma, foi possível monitorar as variações de deslocamento entre os pontos definidos e, posteriormente, convertê-las em deformações.

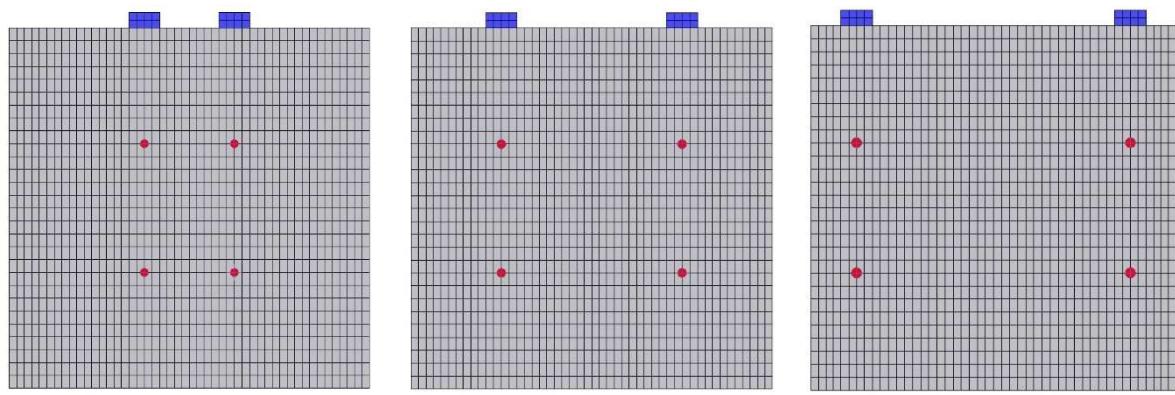


Figura 3.17 – Pontos de aferição de deslocamentos no concreto na direção Z

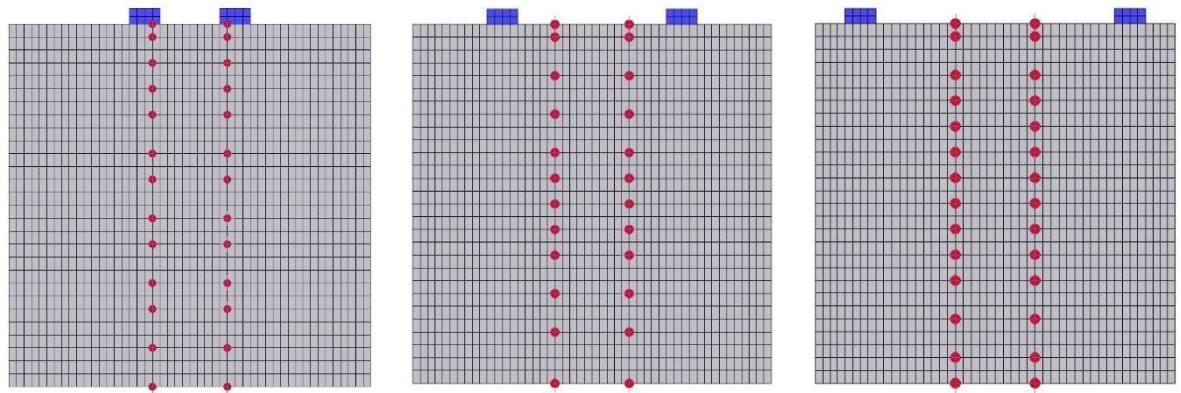


Figura 3.18 – Pontos de aferição de deslocamentos no concreto na direção X

No que se refere à medição das deformações nas armaduras, o monitoramento foi realizado com o objetivo de traçar um perfil de deformações em duas linhas de análise: uma posicionada abaixo de um dos pontos de aplicação de carga e a outra localizada no eixo central do prisma, seguindo o mesmo critério adotado nos ensaios experimentais. No entanto, na análise computacional, foram inseridos monitores de deformação em todas as barras horizontais presentes ao longo dessas linhas (representados pelas bolinhas vermelhas na Figura 3.19), permitindo uma avaliação mais detalhada do comportamento das armaduras em toda a altura dos espécimes.

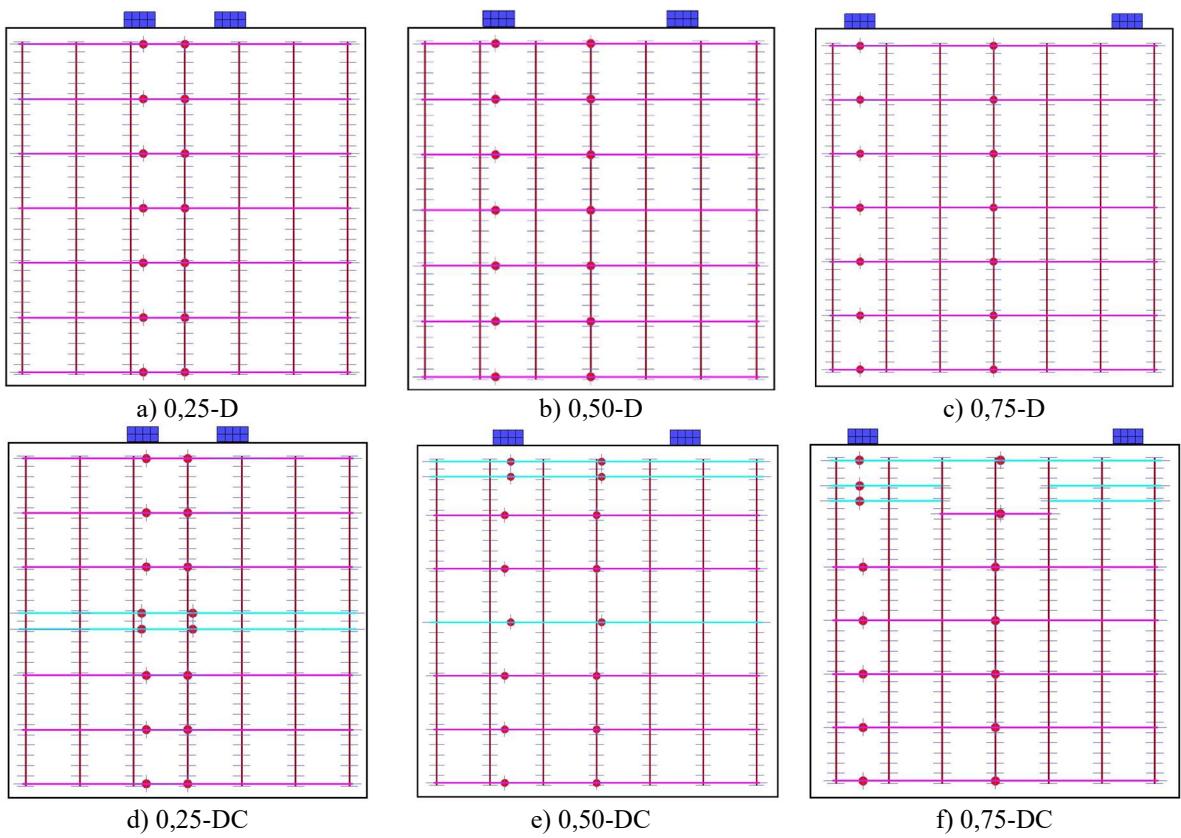


Figura 3.19 – Pontos de aferição de deslocamentos no aço na direção X

Observa-se uma diferença no posicionamento dos monitores nas barras de diâmetros 6,3 mm (cor ciano) e 8,0 mm (cor ciano) em relação aos monitores das barras de 5,0 mm (cor magenta), essa diferença é decorrente da discretização da malha desses elementos. No entanto, tal variação é considerada desprezível, uma vez que corresponde, em média, a 0,5 cm.

### 3.2.2. Malha de Elementos Finitos

Para a malha adotada nos elementos sólidos de concreto, foram utilizados elementos hexaédricos do tipo *CSIsoBrick* com a configuração de oito nós. Quanto às dimensões dos elementos finitos sólidos empregados nos espécimes, foram utilizados elementos medindo 15mm de largura, 25mm de altura e 25mm de espessura. Na Figura 3.20 e Figura 3.21 estão representadas as discretizações realizadas em cada série.

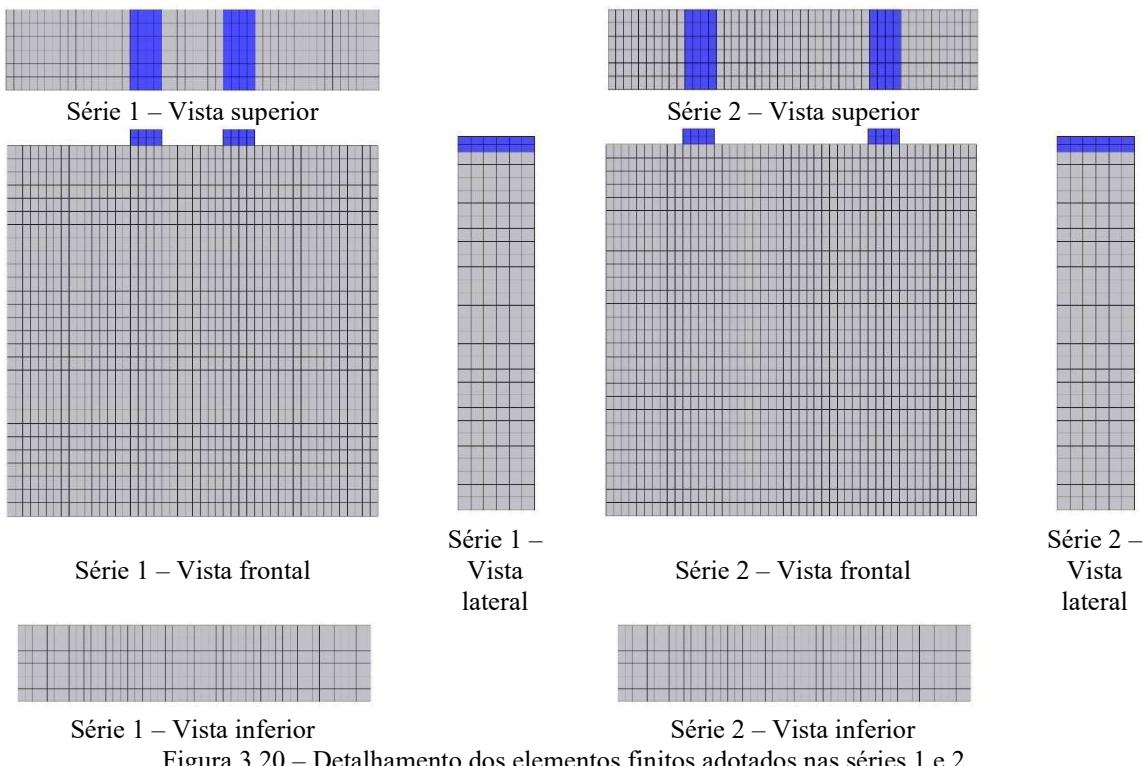


Figura 3.20 – Detalhamento dos elementos finitos adotados nas séries 1 e 2

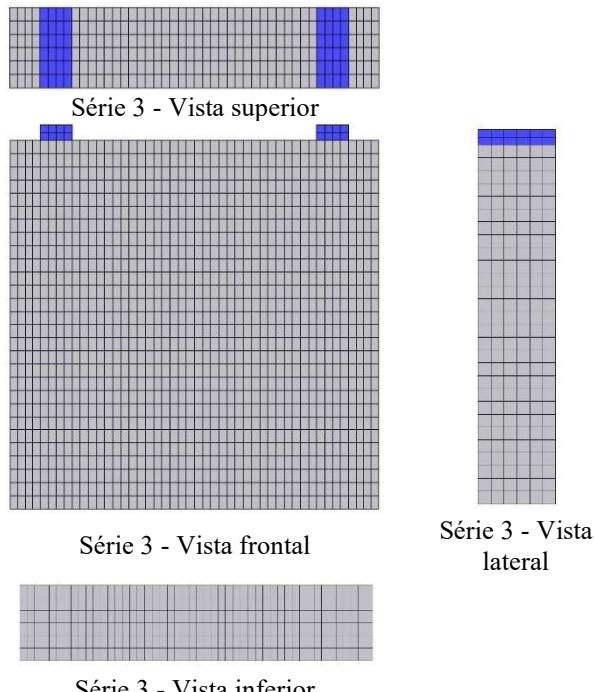


Figura 3.21 – Detalhamento dos elementos finitos adotados na série 3

### 3.2.3. Modelos Constitutivos

#### 3.2.3.1. Concreto

Neste trabalho foi adotado o modelo *CC3DNonLinCementitious2* para o modelo constitutivo do concreto, como forma de representar a não linearidade do material. A Tabela 3.4 apresenta um resumo dos parâmetros adotados no *software*, relacionados às propriedades do concreto utilizado na modelagem computacional. Entre os parâmetros considerados estão a resistência à compressão ( $f_{ck}$ ), a resistência à tração ( $f_{ct}$ ), o diâmetro máximo dos agregados ( $d_{máx}$ ) e o módulo de elasticidade ( $E_c$ ) cujos valores foram obtidos experimentalmente. Já para a energia de fratura inicial ( $Gf\theta$ ) e o coeficiente Shear Factor (SF), foram adotados valores teóricos.

Tabela 3.4 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo do concreto

$f_{ck}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$d_{máx}$ (mm)	$E_c$ (MPa)	$Gf\theta$ (Nmm/mm <sup>2</sup> )	Shear fator (SF)
35	2,64	0,0125m	19824	$6,68 \cdot 10^{-5}$ MN/m	20

#### 3.2.3.2. Aço

Quanto ao comportamento do aço foi adotado o modelo constitutivo *CCReinforcement*, sendo consideradas apenas as duas primeiras fases do comportamento, que são as fases elástica e de escoamento. Na Tabela 3.5 estão descritos os parâmetros adotados no *software*, entre estes

estão o módulo de elasticidade ( $E_s$ ), a tensão de escoamento ( $f_y$ ) e a tensão de ruptura ( $f_u$ ) com suas respectivas deformações ( $\varepsilon_{lim}$ ). Essas propriedades adotadas foram definidas com base na NBR 7480 (2024).

Tabela 3.5 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo do aço

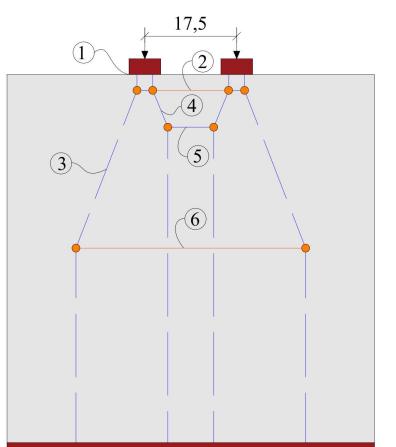
$E_s$ (MPa)	Aço 5.0			Aço 6.3			Aço 8.0		
	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\varepsilon_{lim}$	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\varepsilon_{lim}$	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\varepsilon_{lim}$
200000	600	675	0.025	500	578	0.025	500	578	0.025

### 3.2.4. Condições de Carregamento

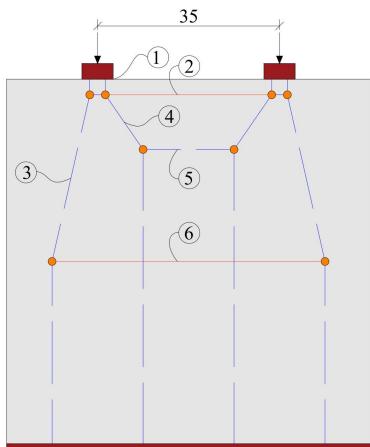
O carregamento foi aplicado por meio de controle de deslocamento, utilizando o método de Newton-Raphson. Foi imposto um deslocamento de -0,0012 m na direção Z, aplicado sobre a superfície da placa de aço.

## 3.3. ESTIMATIVA TEÓRICA DA RESISTÊNCIA ATRAVÉS DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

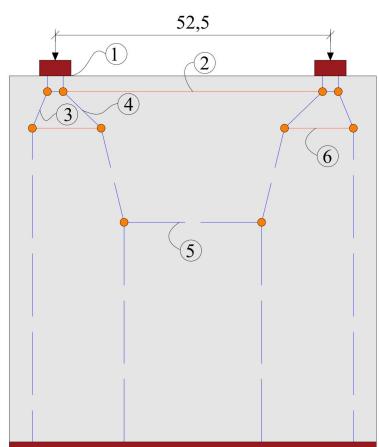
A partir dos Modelos de Bielas e Tirantes definidos para cada série de análise, juntamente com as armaduras dimensionadas para os espécimes, é possível determinar a carga responsável pela ruptura de cada modelo, bem como a região onde essa falha ocorrerá. Dessa maneira, foram considerados seis modos de ruptura, sendo: (1) esmagamento do nó na região da chapa de aplicação de carga; (2) escoamento do tirante T1; (3) fendilhamento das bielas S1 e S4; (4) fendilhamento das bielas S2 e S3; (5) esmagamento da biela S5; e (6) escoamento do tirante T2. A Figura 3.22 apresenta a representação esquemática dos modos de ruptura em cada série, enquanto a Tabela 3.6 reúne as equações empregadas para o cálculo de cada carga de ruptura, considerando que a força resistente é igual a força solicitante de cada elemento.



a) Série 1 (0,25)



b) Série 2 (0,50)



c) Série 3 (0,75)

Figura 3.22 – Modos de ruptura considerados no MBT

Tabela 3.6 – Equações de cargas de ruptura

<b>Modo de ruptura</b>	<b>Série</b>	<b>Força resistente</b>	<b>Força solicitante</b>	<b>Carga de ruptura</b>
1	0,25			
	0,50	$F_{r1} = \beta_c \cdot \beta_n \cdot f_{ck} \cdot l_{carga} \cdot b_w$	$F_{s1} = \frac{N_u}{2}$	$N_{u,teo,1} = 2 \cdot F_{r1}$
	0,75			
2	0,25		$F_{s2} = 0,006 \cdot N_u$	$N_{u,teo,2} = \frac{F_{r2}}{0,006}$
	0,50	$F_{r2} = A_s \cdot f_{ys}$	$F_{s2} = 0,116 \cdot N_u$	$N_{u,teo,2} = \frac{F_{r2}}{0,116}$
	0,75		$F_{s2} = 0,156 \cdot N_u$	$N_{u,teo,2} = \frac{F_{r2}}{0,156}$
3	0,25		$F_{s3} = 0,268 \cdot N_u$	$N_{u,teo,3} = \frac{F_{r3}}{0,268}$
	0,50	$F_{r3} = \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_{ck} \cdot w_{s1} \cdot b_w$	$F_{s3} = 0,257 \cdot N_u$	$N_{u,teo,3} = \frac{F_{r3}}{0,257}$
	0,75		$F_{s3} = 0,27 \cdot N_u$	$N_{u,teo,3} = \frac{F_{r3}}{0,27}$
4	0,25		$F_{s4} = 0,27 \cdot N_u$	$N_{u,teo,4} = \frac{F_{r4}}{0,27}$
	0,50	$F_{r4} = \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_{ck} \cdot w_{s2} \cdot b_w$	$F_{s4} = 0,304 \cdot N_u$	$N_{u,teo,4} = \frac{F_{r4}}{0,304}$
	0,75		$F_{s4} = 0,36 \cdot N_u$	$N_{u,teo,4} = \frac{F_{r4}}{0,36}$
5	0,25		$F_{s5} = 0,103 \cdot N_u$	$N_{u,teo,5} = \frac{F_{r5}}{0,103}$
	0,50	$F_{r5} = \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_{ck} \cdot w_{s5} \cdot b_w$	$F_{s5} = 0,173 \cdot N_u$	$N_{u,teo,5} = \frac{F_{r5}}{0,173}$
	0,75		$F_{s5} = 0,061 \cdot N_u$	$N_{u,teo,5} = \frac{F_{r5}}{0,061}$
6	0,25	$F_{r6} = A_s \cdot f_{ys}$	$F_{s6} = 0,097 \cdot N_u$	$N_{u,teo,6} = \frac{F_{r6}}{0,097}$
	0,50	ou $F_{r6} = A_c \cdot f_{ct}$	$F_{s6} = 0,057 \cdot N_u$	$N_{u,teo,6} = \frac{F_{r6}}{0,057}$
	0,75		$F_{s6} = 0,103 \cdot N_u$	$N_{u,teo,6} = \frac{F_{r6}}{0,103}$

No cálculo das forças resistentes dos tirantes, foi adotada uma tensão de escoamento do aço ( $f_{ys}$ ) de 600 MPa para barras com diâmetro de 5.0 mm e de 500 MPa para barras com diâmetro de 6.3 mm e 8.0 mm. Para o dimensionamento das forças resistentes das bielas e das regiões nodais, considerou-se a resistência média à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) obtida na caracterização dos corpos de prova do ensaio experimental. As larguras das bielas ( $w_s$ ) foram definidas com base na geometria dos modelos, não sendo considerado o espalhamento nas regiões nodais (conforme Figura 3.23).

Além disso, foram estabelecidas larguras de influência específicas para cada tirante, de modo a determinar quais armaduras efetivamente contribuíam para sua resistência, sendo essas larguras definidas também com base na geometria dos modelos. Ressalta-se que, para o tirante T2 dos prismas 0,25-P, 0,50-P e 0,75-P, não foram identificadas armaduras dentro da região de influência. Nessa condição, a força resistente foi determinada considerando a resistência média à tração do concreto ( $f_{ct}$ ), obtida na caracterização experimental, multiplicada pela área resistente, definida como o produto entre a largura da região de influência e a espessura do espécime.

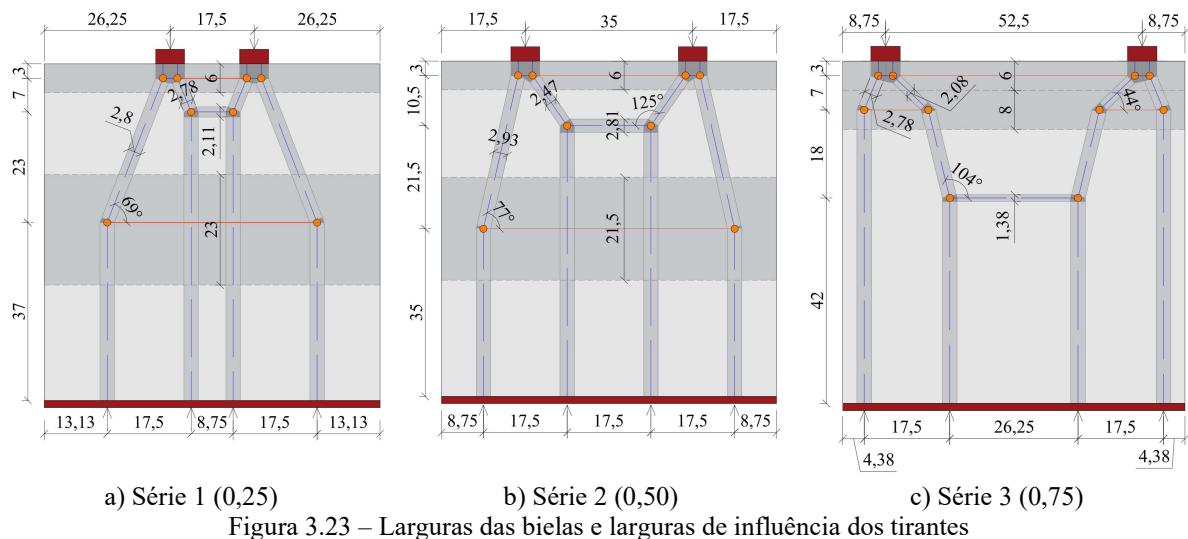


Figura 3.23 – Larguras das bielas e larguras de influência dos tirantes  
(Cotas em centímetro)

Na norma ACI 318 (2025), são aplicados coeficientes de redução na resistência à compressão do concreto no cálculo das forças resistentes das bielas e regiões nodais, com o objetivo de introduzir margens de segurança, uma vez que o Método de Bielas e Tirantes é um método de projeto. Entretanto, tais coeficientes não foram considerados na metodologia adotada neste trabalho. Essa decisão se justifica pelo fato de que o método foi empregado com o propósito de avaliar sua capacidade em prever a carga experimental de ruptura dos espécimes ensaiados.

Ressalta-se que, nas condições experimentais, a geometria, o sistema de carregamento, a qualidade do concreto e o detalhamento das armaduras foram rigorosamente controlados. Assim, admite-se que o concreto pode alcançar níveis de tensão muito próximos à sua resistência característica, diferentemente do que se observa em estruturas reais. Dessa forma, desconsiderar os fatores de redução permite avaliar a capacidade teórica máxima das bielas e regiões nodais, favorecendo uma comparação mais direta e precisa com os resultados obtidos nos ensaios.

Após o cálculo individual de cada modo de ruptura, a carga e o modo de ruptura final adotados para cada espécime corresponderam ao menor valor dentre aqueles obtidos nas análises dos modos previamente definidos, conforme estabelece a Equação 3.1.

$$N_{u,teo} = \min(N_{u,teo,1}; N_{u,teo,2}; N_{u,teo,3}; N_{u,teo,4}; N_{u,teo,5}; N_{u,teo,6}) \quad \text{Equação 3.1}$$

## **4. RESULTADOS**

Este capítulo apresenta os principais resultados obtidos ao longo dos ensaios experimentais, das análises numéricas e das avaliações teóricas realizadas através do Método de Bielas e Tirantes. É válido ressaltar que as leituras obtidas por meio da instrumentação durante os ensaios foram consideradas válidas apenas até o instante da carga de ruptura dos espécimes. Tendo em vista que, como a ruptura ocorreu de forma brusca, os equipamentos sofreram interferências no momento da falha comprometendo a confiabilidade dos dados após esse ponto. Além disso, as análises de deformações superficiais do concreto foram realizadas a partir dos prismas sem a utilização de extensômetros, uma vez que foi constatada interferência nas leituras dos LVDTs quando estes operavam simultaneamente com os extensômetros.

### **4.1. MODO DE RUPTURA**

A formação da fissura de fendilhamento acontece quando as tensões transversais de tração na biela ultrapassam a resistência à tração do concreto. No caso de espécimes sem armaduras transversais esse fenômeno ocorre concomitantemente à ruptura da peça, sendo esta de maneira brusca. Além do modo de ruptura por fendilhamento, os espécimes também podem romper devido ao esmagamento da região nodal abaixo do ponto de aplicação de carga. Isto ocorre nos casos em que os espécimes possuem armaduras transversais e estas atuam na absorção das tensões transversais da biela, ocasionando em uma maior ductilidade e resistência ao espécime e, além disso, não há uma armação de controle de fissuração na região nodal, deixando esta mais suscetível à ruína.

Durante o ensaio do prisma 0,25-P-1, ocorreu uma falha operacional devido ao desalinhamento da célula de carga em relação ao sistema de ensaio, o que comprometeu o equilíbrio e resultou na queda do espécime. Esse problema refletiu diretamente na resistência obtida, que foi inferior à do prisma 0,25-P-2. Apesar disso, foi possível identificar, ainda no prisma 0,25-P-1, a formação da fissura de fendilhamento, como mostrado na Figura 4.1a. No caso do prisma 0,25-P-2, a ruptura se deu de forma brusca, também caracterizada pela abertura da fissura de fendilhamento (ver Figura 4.1d), típica de falha por tração diagonal em concreto sem armadura.

No prisma 0,25-D-1 (ver Figura 4.1b), o surgimento das primeiras fissuras foi registrado com aproximadamente  $0,84N_u$ , localizadas abaixo do aparelho de aplicação de carga. Na sequência, houve o esmagamento da região nodal, levando o prisma à ruptura. Por outro lado, o prisma 0,25-D-2 (ver Figura 4.1e) apresentou uma ruptura brusca, sem o desenvolvimento prévio de

fissuras visíveis. Em ambos os casos, o modo de ruptura foi marcado pela combinação entre o esmagamento da região nodal e o desenvolvimento da fissura de fendilhamento. Um aspecto importante observado nesses ensaios foi que os bulbos de tensões gerados pelos dois pontos de aplicação de carga se sobrepujaram, formando praticamente um único bulbo, o que contribuiu para intensificar as tensões compressivas na região nodal. Este comportamento, distinto do observado nos prismas sem armadura, evidencia que a presença da armadura distribuída aumentou a resistência ao fendilhamento, enquanto a região nodal ficou mais suscetível ao esmagamento.

Nos prismas 0,25-DC-1 e 0,25-DC-2 (ver Figura 4.1c e Figura 4.1f), também não foram observadas fissuras antes da ruptura. Ambos os espécimes romperam de forma brusca, apresentando o mesmo padrão de falha observado na subsérie 0,25-D, que seria o esmagamento da região nodal associado ao fendilhamento. Isso reforça que, embora o acréscimo de armadura concentrada tenha proporcionado um ganho de resistência, ele não foi suficiente para evitar a concentração de tensões compressivas na região nodal, que continuou sendo o ponto crítico de ruptura.

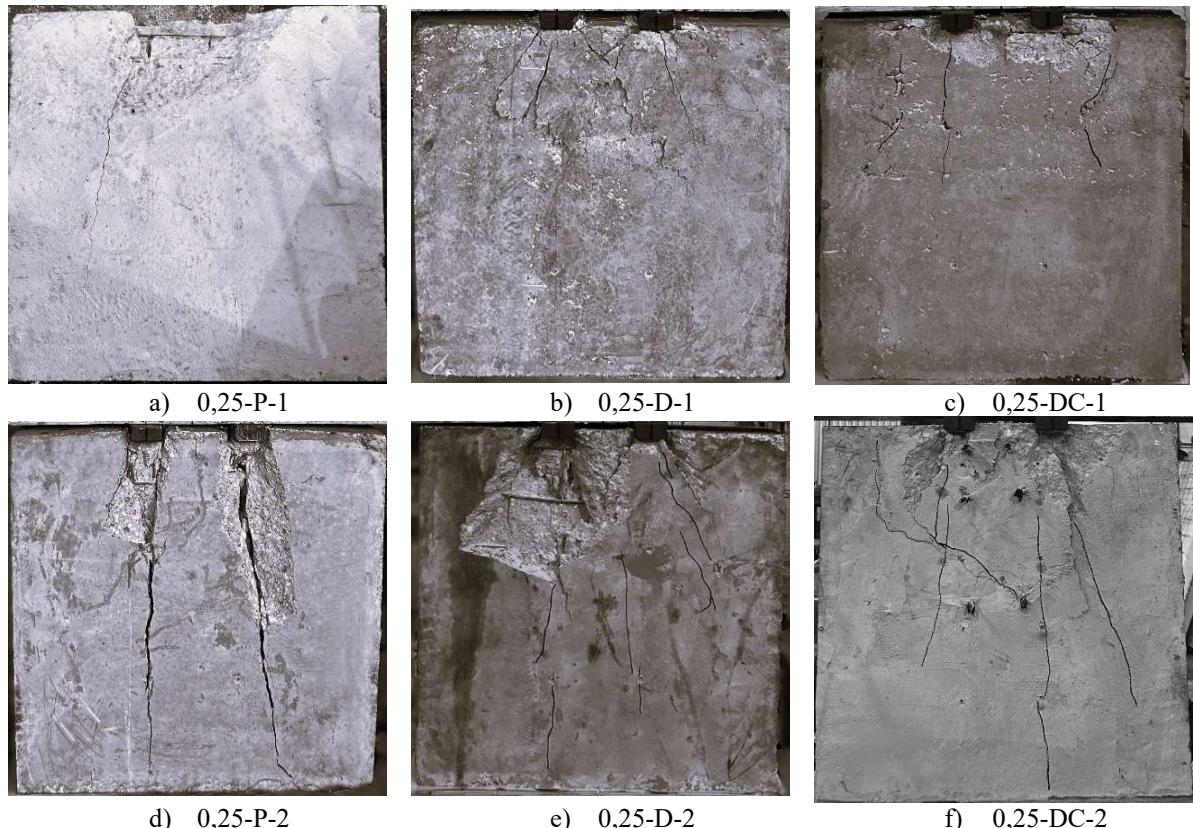


Figura 4.1 – Modo de ruptura dos prismas da série 1

Nos ensaios dos prismas da subsérie 0,50-P, ambos apresentaram inicialmente sinais de fissuração na região abaixo do aparelho de aplicação de carga, acompanhados de deslocamentos superficiais do concreto. No prisma 0,50-P-1 (ver Figura 4.2a), as primeiras fissuras surgiram com aproximadamente  $0,55N_u$ , seguidas de um deslocamento mais evidente na região nodal com  $0,90N_u$ . Na sequência, a evolução das fissuras levou ao desenvolvimento de uma fissura de fendilhamento, que culminou na ruptura do prisma. No prisma 0,50-P-2 (ver Figura 4.2d), a fissuração inicial ocorreu com uma carga inferior, de  $0,30N_u$ , também na região próxima ao apoio. O deslocamento superficial ocorreu em torno de  $0,80N_u$ , quando a fissura de fendilhamento começou a se formar, evoluindo até a ruptura com a abertura progressiva dessa fissura. Ambos os prismas romperam predominantemente por fendilhamento, mas apresentaram, de forma associada, o esmagamento da região nodal, indicado pelos deslocamentos registrados antes da propagação final da fissura principal.

No espécime 0,50-D-1 (ver Figura 4.2b), a fissuração na região nodal iniciou com cerca de  $0,48N_u$ , evoluindo até a ruptura, que se caracterizou pelo esmagamento do concreto nessa região e pela formação da fissura de fendilhamento. Já no prisma 0,50-D-2 (ver Figura 4.2e) a ruptura ocorreu de forma brusca, sem que houvesse a formação de fissuras visíveis, e assim como observado no 0,50-D-1, o modo de ruptura foi uma combinação do esmagamento na região nodal e do fendilhamento. Diferentemente da série 1, observa-se que nesses espécimes os bulbos de tensões gerados pelas cargas aplicadas nos apoios não se sobrepuiseram, atuando de forma mais localizada, o que indica que o espaçamento entre os pontos de carga foi suficiente para evitar a interação direta dos campos de tensões.

Nos prismas 0,50-DC-1 (ver Figura 4.2c) e 0,50-DC-2 (ver Figura 4.2f), que possuíam armadura concentrada na região superior, o comportamento foi semelhante ao observado na subsérie 0,50-D, porém com ruptura ainda mais brusca. Não foram observadas fissuras prévias visíveis em nenhum dos espécimes, e a falha foi caracterizada por esmagamento na região nodal combinado ao surgimento da fissura de fendilhamento no instante da ruptura. O comportamento frágil, especialmente pela ausência de sinais prévios de fissuração, demonstra que apesar do reforço proporcionado pela armadura concentrada as tensões de compressão na região nodal permaneceram críticas, conduzindo a um modo de ruptura similar ao dos prismas da subsérie 0,50-D.

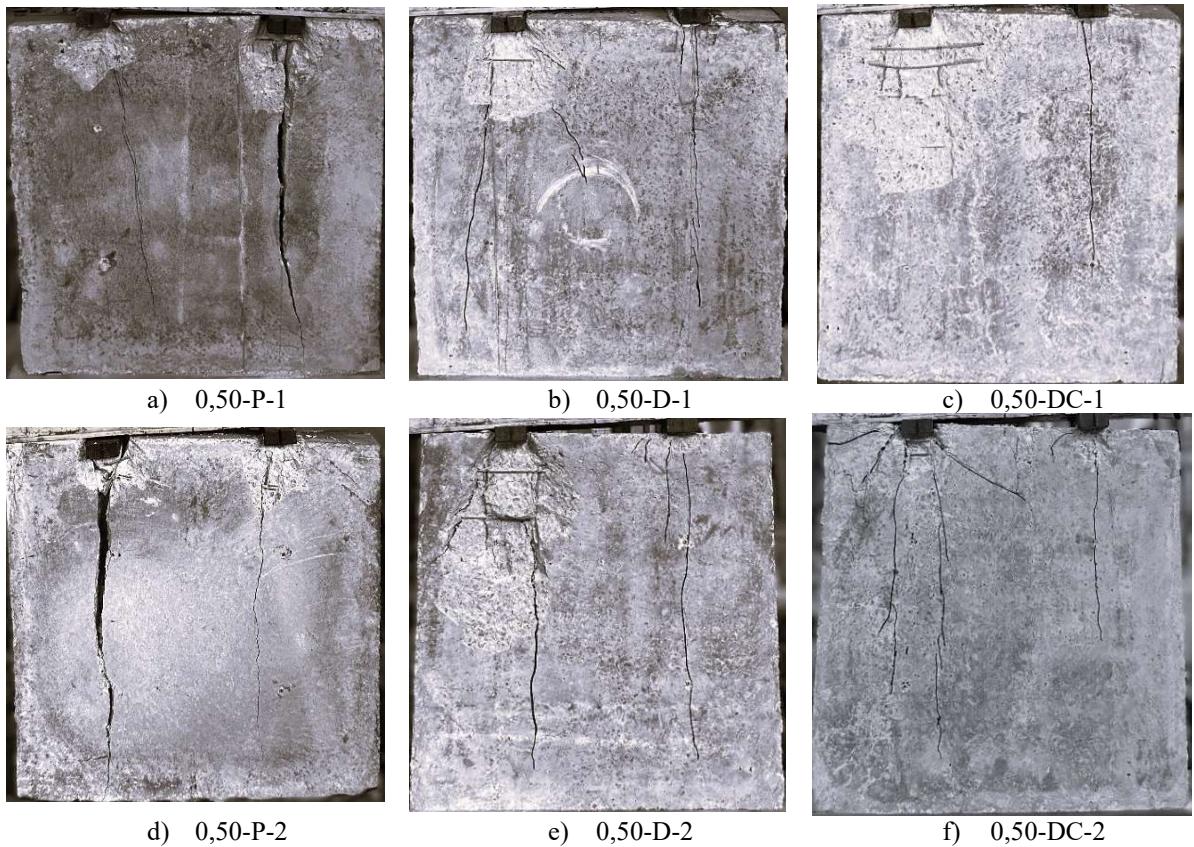


Figura 4.2 – Modo de ruptura dos prismas da série 2

Nos ensaios dos prismas da subsérie 0,75-P, o comportamento inicial foi marcado pelo surgimento de fissuras nas regiões nodais. No prisma 0,75-P-1 (ver Figura 4.3a) a primeira fissuração foi observada na região abaixo do aparelho de aplicação de carga do lado esquerdo, com uma carga de  $0,38N_u$ . Em seguida, com  $0,74N_u$ , surgiu uma fissura de espraiamento na região nodal do lado direito. Posteriormente, com  $0,87N_u$ , formou-se uma fissura na região nodal do lado esquerdo, que evoluiu até se transformar na fissura de fendilhamento responsável pela ruptura final. A ruptura foi caracterizada pelo fendilhamento. Já no prisma 0,75-P-2 (ver Figura 4.3d), a fissuração iniciou com  $0,81N_u$  na região do primeiro ponto de aplicação de carga. A fissura na região nodal evoluiu, originando o fendilhamento que conduziu à ruptura. Ambos os prismas apresentaram ruptura predominante por fendilhamento.

No prisma 0,75-D-1 (ver Figura 4.3b), a fissuração iniciou na região nodal abaixo do primeiro aparelho de aplicação de carga com uma carga de  $0,73N_u$ , local que concentrou as tensões e onde se deu a ruptura com a formação da fissura de fendilhamento. Situação semelhante foi observada no prisma 0,75-D-2 (ver Figura 4.3e), onde, também com  $0,73N_u$ , ocorreu o início da fissuração nessa mesma região, seguido do deslizamento da borda no instante da ruptura. Em ambos os casos, observou-se que as barras de aço posicionadas abaixo do aparelho de apoio sofreram intensa deformação, evidenciando a elevada concentração de tensões nessa região.

Nos prismas da subsérie 0,75-DC, que possuíam armadura concentrada na porção superior, o comportamento seguiu uma tendência semelhante, porém com algumas particularidades. No prisma 0,75-DC-1 (ver Figura 4.3c) a fissuração teve início na região nodal com  $0,75N_u$  e após sua evolução ocorreu a ruptura com a formação da fissura de fendilhamento. No prisma 0,75-DC-2 (ver Figura 4.3f) observou-se que com  $0,78N_u$  houve um desplacamento superficial na região abaixo do segundo aparelho de aplicação de carga (lado direito). Com  $0,87N_u$  surgiu uma fissura de fendilhamento, que evoluiu rapidamente até a ruptura. Diferente dos prismas da subsérie 0,75-D, percebe-se que as barras de aço localizadas abaixo da região nodal permaneceram mais preservadas, o que indica que a armadura concentrada teve algum efeito na distribuição de esforços. Ainda assim, os esmagamentos na região nodal foram intensos, sendo agravados pela proximidade dos aparelhos de carga às bordas do prisma, que limitou o espalhamento das tensões e favoreceu a concentração de esforços, resultando em falhas localizadas combinada ao fendilhamento.

Tanto nos prismas da subsérie 0,75-D quanto nos prismas da subsérie 0,75-DC, foi considerado um modo de ruptura por deslizamento de borda, conforme descrito no Anexo J do EUROCODE 2 (2005), associado ao fendilhamento. Para a subsérie 0,75-D, a área de aço necessária para resistir a esse mecanismo de deslizamento de borda, segundo o critério da norma, seria de  $11,77\text{ cm}^2$ , enquanto a área efetivamente disponível era de apenas  $0,78\text{ cm}^2$ . Já na subsérie 0,75-DC, a área de aço necessária era de  $13,13\text{ cm}^2$  e a área disponível de  $3,26\text{ cm}^2$ . Esses valores deixam claro que os prismas dessas subséries não atendiam às exigências normativas para evitar o deslizamento de borda, justificando a ocorrência desse tipo de falha nos ensaios.

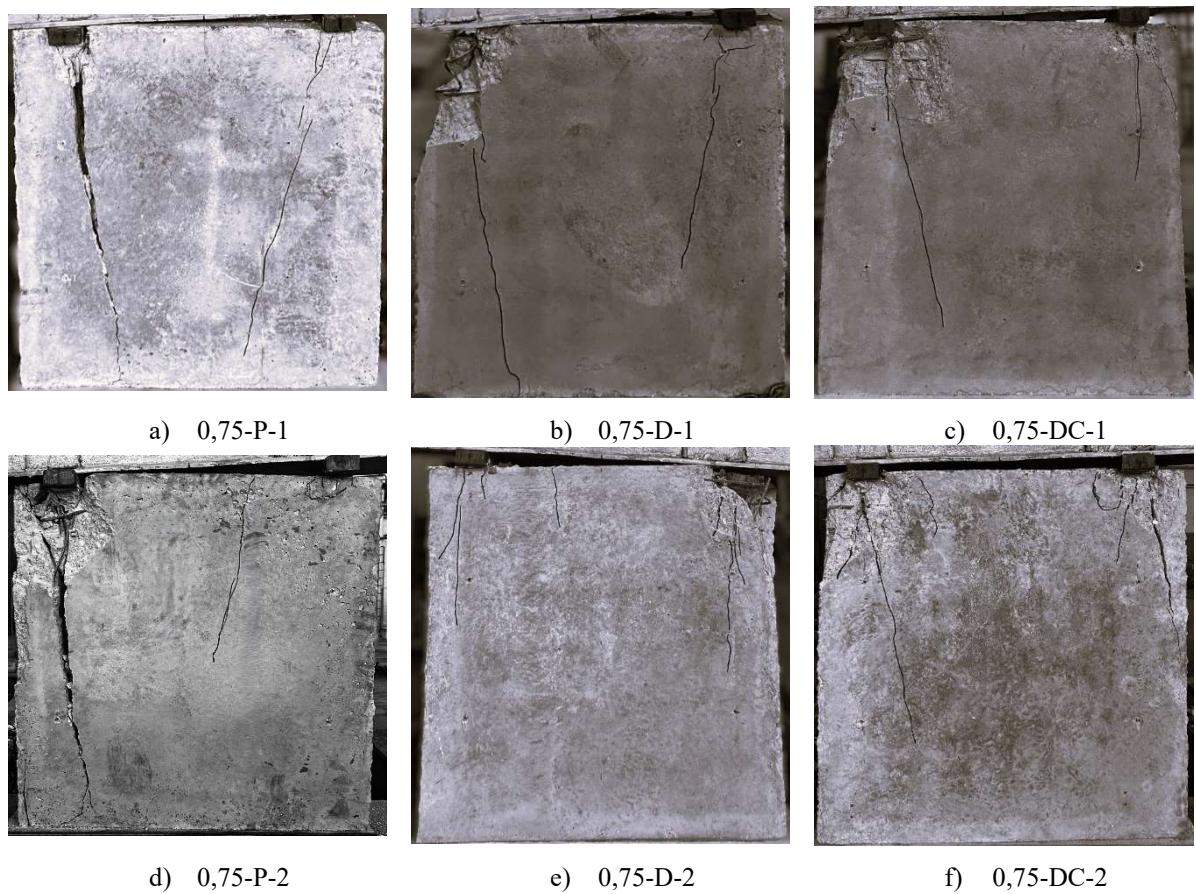


Figura 4.3 – Modo de ruptura dos prismas da série 3

Os resultados obtidos evidenciam claramente o papel da armadura no redirecionamento dos esforços internos e na alteração dos modos de ruptura dos prismas. Nos prismas sem armadura (subsérie P), a ruptura foi dominada pelo fendilhamento. Esse comportamento é coerente com a ausência de elementos resistentes à tração, o que permite que as fissuras se desenvolvam até a ruptura.

A introdução da armadura distribuída (subsérie D) alterou significativamente esse comportamento. Observou-se que, a fissuração relacionada ao fendilhamento foi suavizada e a concentração de esforços foi deslocada para a região nodal levando ao esmagamento do concreto nessa área. Isso indica que a armadura foi eficiente em conter as tensões de tração, mas as tensões de compressão se tornaram críticas.

Nos prismas com armadura concentrada (subsérie DC) o comportamento seguiu uma tendência semelhante à da subsérie D, com ruptura por esmagamento na região nodal combinada ao fendilhamento, e no caso da série 3 foi considerado também a falha por deslizamento de borda. Isso confirma que, embora o aumento de armadura tenha trazido ganhos em termos de capacidade resistente, a solução adotada foi mais eficiente para resistir às solicitações de tração, mas não foi capaz de aliviar as tensões de compressão acumuladas na região nodal. Isso sugere

que para esse tipo de configuração, além do reforço à tração, seria necessário pensar também em estratégias que aumentem a resistência à compressão na região nodal, como a inclusão de armaduras de fretagem na região nodal.

Dessa maneira, os resultados indicam que embora a presença de armadura, tanto distribuída como concentrada, contribua de forma significativa para o aumento da capacidade resistente e para o controle das fissuras de tração, ela não elimina a necessidade de um olhar atento para a resistência da região nodal. O projeto de elementos submetidos a esforços semelhantes deve considerar de forma equilibrada tanto os mecanismos de resistência à tração quanto à compressão, buscando soluções que promovam não só o aumento da resistência, mas também melhorias no comportamento dúctil e na segurança global do sistema.

#### 4.2. RESISTÊNCIA

A Tabela 4.1 apresenta as cargas de ruptura e os modos de falha observados para cada prisma na análise experimental. Para a análise final, foi adotada a maior carga registrada entre os prismas 1 e 2 de cada subsérie, considerando que ela representa melhor o potencial resistente do espécime. Essa escolha se justifica pela possibilidade de variações decorrentes de falhas na etapa de vibração do concreto ou, ainda, de eventuais problemas ocorridos durante o ensaio, que possam ter resultado em cargas de ruptura inferiores.

Tabela 4.1 – Resultados experimentais de carga e modo de ruptura dos espécimes

PRISMA	$N_u$ (tf)			MODO DE RUPTURA
	1	2	FINAL	
0,25-P	78,7	122,3	122,3	Fendilhamento
0,25-D	119,2	147,12	147,12	Esmagamento + fendilhamento
0,25-DC	119,2	139,4	139,4	Esmagamento + fendilhamento
0,50-P	109,0	110,5	110,5	Esmagamento + fendilhamento
0,50-D	115,8	127,7	127,7	Esmagamento + fendilhamento
0,50-DC	137,1	136,8	137,1	Esmagamento + fendilhamento
0,75-P	80,7	69,14	80,7	Fendilhamento
0,75-D	117,7	87,15	117,7	Fendilhamento + deslizamento da borda
0,75-DC	131,34	102,07	131,34	Esmagamento + fendilhamento + deslizamento da borda

Na série 1, observou-se que a introdução de armaduras nos prismas proporcionou um aumento da resistência, refletido em cargas de ruptura mais elevadas. Esse acréscimo de armadura também impactou diretamente no modo de ruptura que passou de um comportamento predominante por fendilhamento, nos prismas sem armadura, para uma combinação entre esmagamento da região nodal e fendilhamento nos prismas armados. No entanto, o prisma 0,25-DC, que possuía armadura concentrada na região do tirante T2, não apresentou ganho de resistência em relação ao prisma 0,25-D, que contava apenas com armadura distribuída. Apesar disso, percebe-se que a armadura concentrada contribuiu para reduzir a propagação da fissura de fendilhamento.

Na série 2, o acréscimo de armaduras também resultou em um aumento expressivo da resistência, com os prismas rompendo sob cargas maiores. Observou-se novamente que o prisma sem armadura foi o que apresentou ruptura mais brusca, caracterizada majoritariamente pelo fendilhamento e com um esmagamento menor na região nodal. Já os prismas armados romperam por um mecanismo combinado de esmagamento da região nodal associado ao surgimento da fissura de fendilhamento mais suavizada, indicando uma redistribuição dos esforços internos.

Da mesma forma, na série 3, a presença de armaduras proporcionou um aumento na resistência dos prismas, além de influenciar diretamente o modo de ruptura. Nos prismas armados, o deslizamento de borda foi bastante evidente, acompanhado também pelo fendilhamento. Especificamente nos prismas 0,75-DC, a armadura concentrada contribuiu para elevar a carga de ruptura e preservar mais a integridade das armaduras localizadas na região nodal. Contudo, o modo de ruptura permaneceu semelhante ao dos prismas 0,75-D, evidenciando que, embora o reforço localizado tenha auxiliado na resistência, ele não foi suficiente para alterar significativamente o mecanismo de falha predominante.

Em relação à distância entre os pontos de aplicação de carga, observa-se que os valores de carga de ruptura foram maiores na série 1, seguidos pela série 2, e menores na série 3. Isso indica que, quanto mais próximos estão os pontos de aplicação da carga, maior é a capacidade resistente final do espécime.

Quanto à influência mútua entre os pontos de carga, percebe-se que na série 1, especificamente nos espécimes das subséries D e DC, o espraiamento das fissuras que leva ao esmagamento das regiões nodais, evidencia a interferência entre os dois pontos de aplicação de carga. Por outro

lado, nas séries 2 e 3, onde os pontos de carga estão mais afastados, essa interação entre as zonas de tensão não foi observada.

#### 4.3. DEFORMAÇÕES SUPERFICIAIS DO CONCRETO NA DIREÇÃO X

O comportamento do prisma sem armadura 0,25-P (ver Figura 4.4a) apresenta deformações superficiais relativamente baixas e com pouca dispersão entre os pontos medidos (L1 a L6). Isso indica um comportamento mais homogêneo e limitado em termos de capacidade de deformação. As curvas são praticamente verticais, indicando que o espécime possui uma baixa ductilidade.

No caso do prisma 0,25-D (ver Figura 4.4b) observa-se um aumento nas deformações, se comparado ao 0,25-P, especialmente no trecho final do carregamento. Além disso, há uma maior dispersão entre os pontos de leitura, o que indica que a armadura influenciou diretamente na redistribuição dos esforços e no surgimento de regiões mais solicitadas.

O prisma 0,25-DC (ver Figura 4.4c) mostra certa semelhança com o 0,25-D em termos de valores e comportamento de resposta. As curvas indicam que, embora o acréscimo de armadura concentrada no tirante T2 não tenha provocado um aumento relevante na carga de ruptura, se comparada a do espécime 0,25-D, ela contribuiu para a redução do espraiamento das fissuras, o que pode ser percebido pela menor variação no final das curvas.

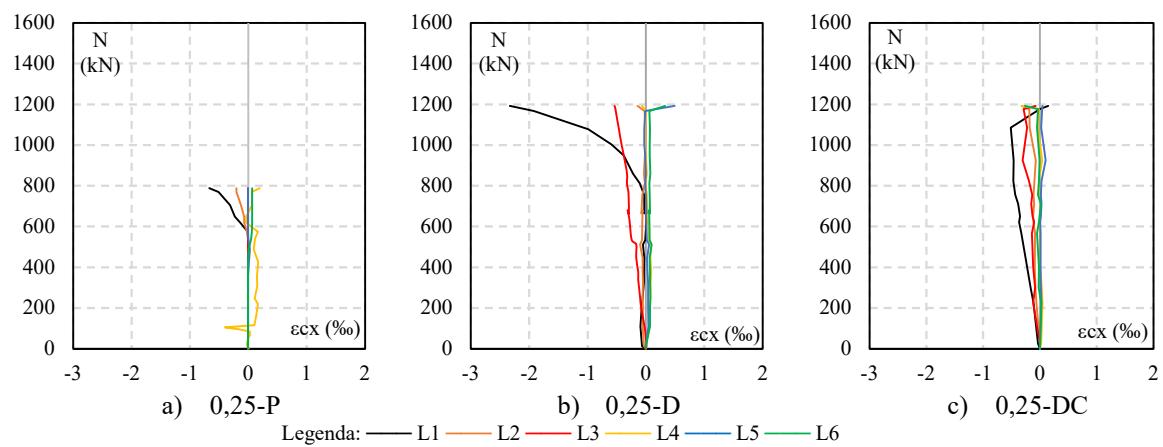


Figura 4.4 - Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\varepsilon_{cx}$ ) dos prismas da série 1

Com relação ao prisma 0,50-P (ver Figura 4.5a) observa-se que as curvas apresentam comportamento praticamente linear até  $0,90N_u$ , quando ocorreu um deslocamento na região abaixo da aplicação de carga, sendo que as leituras L1 e L5 são as que apresentam maiores deformações de tração antes da carga de ruptura. Já no prisma 0,50-D (ver Figura 4.5b) as curvas mostram uma inclinação mais considerável, com maiores níveis de deformação,

principalmente nas leituras L1 e L3, que indicam concentrações de tensões em determinadas regiões do prisma.

O gráfico do prisma 0,50-DC (ver Figura 4.5c) apresenta as maiores deformações entre os três da série, especialmente nas linhas L1, L3, L4 e L5. Esse fato indica que a presença da armadura concentrada, além da distribuída, intensificou a capacidade de deformação e redistribuição dos esforços principalmente nas fases finais do carregamento. Observa-se também que após certo nível de carga algumas linhas nos três prismas apresentam uma inversão no sinal de deformação, o que pode estar associado ao desenvolvimento de fissuras que redirecionaram as tensões localmente, indicando que houve a quebra do regime linear elástico.

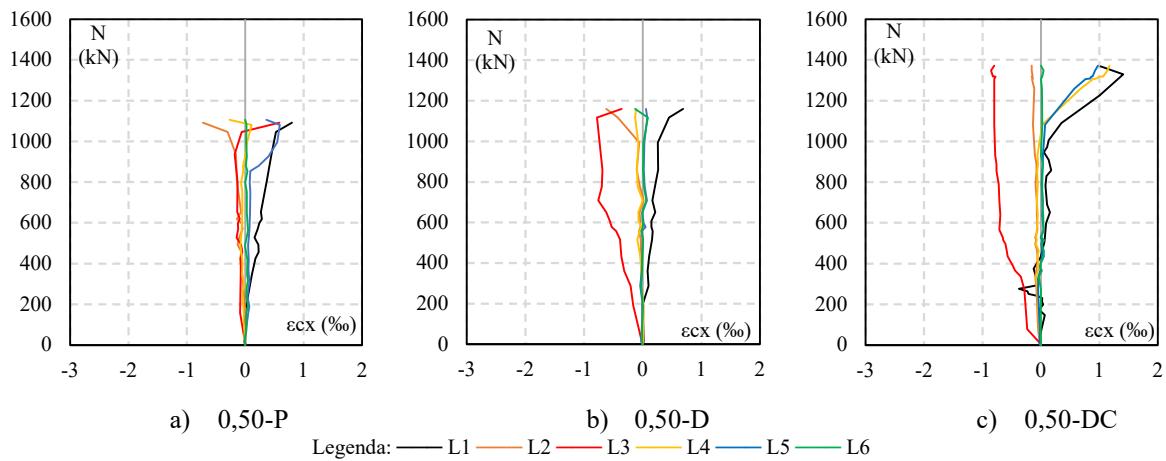


Figura 4.5 - Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\epsilon_{cx}$ ) dos prismas da série 2

No prisma 0,75-P (ver Figura 4.6a) observa-se que a maioria das leituras apresentou deformações muito próximas de zero durante quase todo o carregamento até o instante da ruptura. Apenas a leitura L3 registrou deformações de compressão desde os primeiros estágios do ensaio, enquanto a L2 indicou uma deformação significativa de tração já próximo da ruptura. O prisma 0,75-D (ver Figura 4.6b) apresentou um comportamento semelhante ao do espécime sem armadura, com a maioria das leituras concentradas em deformações próximas de zero. Entretanto, a leitura L3 mostrou valores de compressão um pouco mais elevados em comparação ao 0,75-P.

Em relação ao prisma 0,75-DC (ver Figura 4.6c), este apresentou os maiores níveis de deformação dentre os três da série, evidenciando um comportamento mais dúctil. Observa-se que algumas regiões atingiram níveis elevados de compressão, especialmente nas leituras L3, L4, L5 e L6. Por outro lado, a leitura L2 apresentou um trecho inicial de tração durante a fase

elástica e a partir de aproximadamente  $0,65N_u$  as deformações passaram a ser de compressão, indicando a formação de fissuras na região.

É importante destacar que para a leitura L2 do prisma 0,75-DC foram utilizados os dados provenientes do prisma 2, uma vez que os dados do prisma 1 indicaram deformações altas para cargas relativamente baixas, comportamento incompatível com a realidade observada. Apesar do prisma 2 ter rompido sob uma carga menor que o prisma 1, seus dados foram considerados representativos para análise do comportamento das deformações.

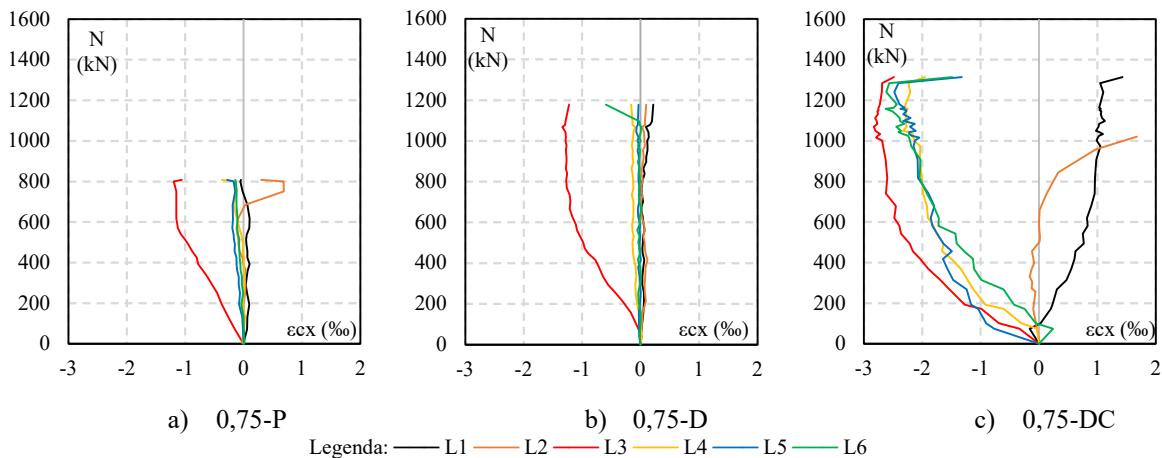


Figura 4.6 - Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\epsilon_{cx}$ ) dos prismas da série 3

Ao analisar o perfil de distribuição das deformações do concreto no espécime 0,25-P em função da altura (ver Figura 4.7a) observa-se que na região correspondente ao Tirante 1, conforme definido no Modelo de Bielas e Tirantes baseado nas orientações de BURDET *et al.* (1991), não há ocorrência de deformações de tração. As leituras indicam apenas deformações de compressão que se estendem até a posição do LVDT 3. Somente nos LVDTs 4 e 6 começam a ser registradas deformações de tração, embora de pequena magnitude.

De maneira semelhante, o prisma 0,25-D (ver Figura 4.7b) também apresentou deformações de compressão na região superior, porém com valores mais elevados em comparação ao 0,25-P, e esse comportamento continua até o LVDT 3. Nos LVDTs inferiores, as deformações permaneceram próximas de zero até aproximadamente 90% da carga de ruptura. Na aplicação da carga máxima, as leituras dos LVDTs 5 e 6 apresentaram valores de deformações maiores que os obtidos com a carga de  $0,90N_u$ , possivelmente em função do desplacamento do concreto ocorrido no momento da ruptura.

O comportamento do prisma 0,25-DC (ver Figura 4.7c) seguiu uma tendência semelhante à observada nos demais prismas da série, embora com variações nos valores das deformações.

Contudo, na carga última as leituras foram significativamente afetadas pelo desplacamento do concreto nas regiões de fixação dos LVDTs, comprometendo a precisão dos dados nessa etapa final do carregamento.

De forma geral, ao comparar os perfis de deformações superficiais do concreto nesta primeira série, verifica-se um comportamento bastante consistente entre os três prismas. Todos apresentaram deformações predominantemente de compressão na região superior, enquanto nas regiões inferiores as deformações de tração foram praticamente nulas ou muito pouco expressivas.

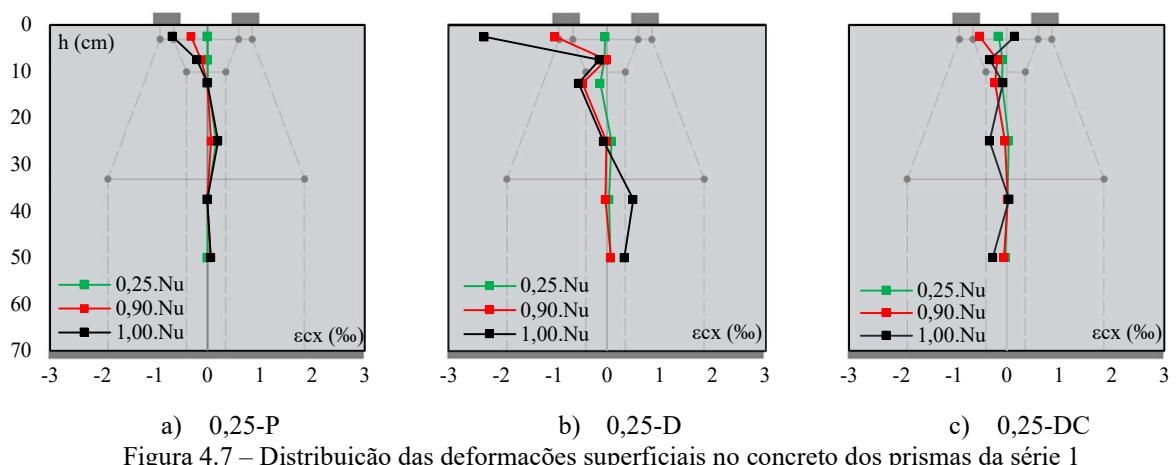


Figura 4.7 – Distribuição das deformações superficiais no concreto dos prismas da série 1

Ao analisar os dados do perfil de distribuição das deformações do concreto no prisma 0,50-P (ver Figura 4.8a), observa-se que o comportamento dos pontos instrumentados é compatível com o previsto pela análise linear elástica até 90% da carga de ruptura. Isso indica que o Modelo de Bielas e Tirantes adotado representa adequadamente o comportamento estrutural desse elemento, configurando-se como uma ferramenta eficiente para seu dimensionamento. Contudo, na aplicação da carga máxima as leituras dos LVDTs foram comprometidas pela abertura da fissura de fendilhamento, o que afetou a precisão dos dados nesse estágio.

No prisma 0,50-D (ver Figura 4.8b), o perfil de deformações seguiu uma tendência semelhante à observada no 0,50-P. Entretanto, na região de compressão os valores de deformação foram mais elevados, enquanto na região de tração foram ligeiramente menores, ainda mais condizente com o perfil de tensões obtido pela análise elástica.

Por fim, no espécime 0,50-DC (ver Figura 4.8c), o perfil de deformações também refletiu com clareza o modelo de bielas e tirantes adotado. No entanto, tanto os picos de compressão quanto os de tração foram maiores em comparação aos demais prismas dessa série. Esse

comportamento evidencia que o concreto foi submetido a maiores níveis de tração, viabilizado pela presença adicional de armaduras que proporcionaram maior capacidade de redistribuição de esforços.

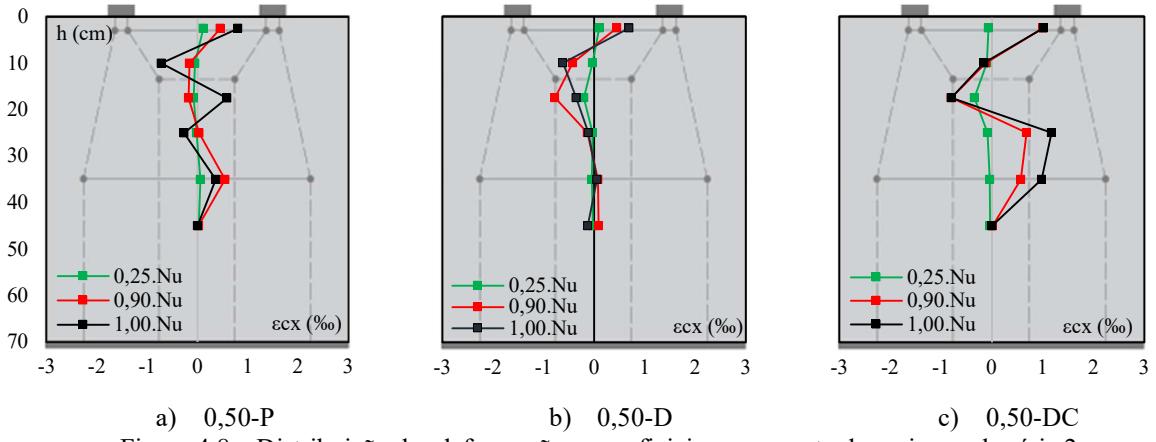


Figura 4.8 – Distribuição das deformações superficiais no concreto dos prismas da série 2

No prisma 0,75-P (ver Figura 4.9a), observa-se que as deformações de tração na região superior surgem apenas na fase plástica, próximo da carga de ruptura. O pico de compressão, por sua vez, ocorre ligeiramente acima da posição prevista para a biela no Modelo de Bielas e Tirantes. Apesar disso, o perfil geral das deformações apresenta uma concordância com o comportamento indicado pelo diagrama de tensões elásticas.

No prisma 0,75-D (ver Figura 4.9b), as deformações de tração na região superior foram inferiores às observadas no prisma 0,75-P, enquanto o pico de compressão manteve-se com o valor e posição muito semelhantes. Abaixo da região de compressão máxima as deformações se mantiveram próximas de zero, com exceção do ponto medido pelo LVDT 6, em que na carga de ruptura observou-se um valor maior que o observado com  $0,90N_u$ .

Já no prisma 0,75-DC (ver Figura 4.9c), nota-se a presença de deformações de tração mais significativas na região superior, além de elevados níveis de compressão a partir do LVDT 3. Esses valores são consideravelmente maiores do que os observados nos demais prismas dessa série, indicando que esse espécime foi submetido a maiores solicitações. Tal comportamento pode ser atribuído à presença de armaduras mais concentradas na região tracionada, o que favoreceu a redistribuição dos esforços e permitiu ao concreto atingir níveis mais elevados de deformação antes da ruptura.

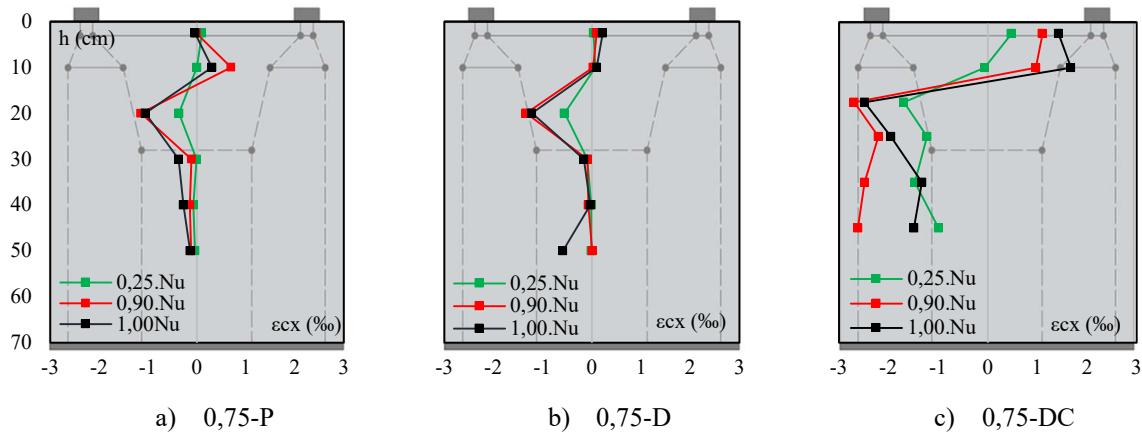


Figura 4.9 – Distribuição das deformações superficiais no concreto dos prismas da série 3

#### 4.4. DEFORMAÇÕES SUPERFICIAIS DO CONCRETO NA DIREÇÃO Z

Na série 1 (ver Figura 4.10a até Figura 4.10c), os prismas apresentaram deformações superficiais do concreto na direção Z com valores negativos, indicando um encurtamento dos espécimes, resultando em deformações finais até  $-0,5\%$ . Esse comportamento foi relativamente homogêneo entre os três espécimes, indicando que as solicitações nessa direção foram discretas e pouco influenciadas pela presença de armadura.

Na série 2 (ver Figura 4.10d até Figura 4.10f), também se observou um comportamento de encurtamento na direção Z em todos os prismas. O maior valor de deformação foi registrado no espécime 0,50-D (ver Figura 4.10e). No entanto, é possível que esse valor tenha sido influenciado por um deslocamento localizado do concreto na região de fixação dos equipamentos, uma vez que o aumento expressivo da deformação ocorreu a partir de aproximadamente  $0,85N_u$ , indicando uma possível interferência no registro dos dados.

Na série 3 (ver Figura 4.10g até Figura 4.10i), os prismas também apresentaram encurtamento na direção Z. Nos prismas 0,75-P e 0,75-D, as deformações finais se mantiveram próximas de  $-0,5\%$ , similar ao observado nas séries anteriores. Contudo, no prisma 0,75-DC a deformação foi significativamente maior, atingindo  $-0,94\%$ . Esse aumento pode ser atribuído ao maior nível de solicitação interna, decorrente tanto da configuração de armadura mais concentrada quanto dos esforços redistribuídos no concreto.

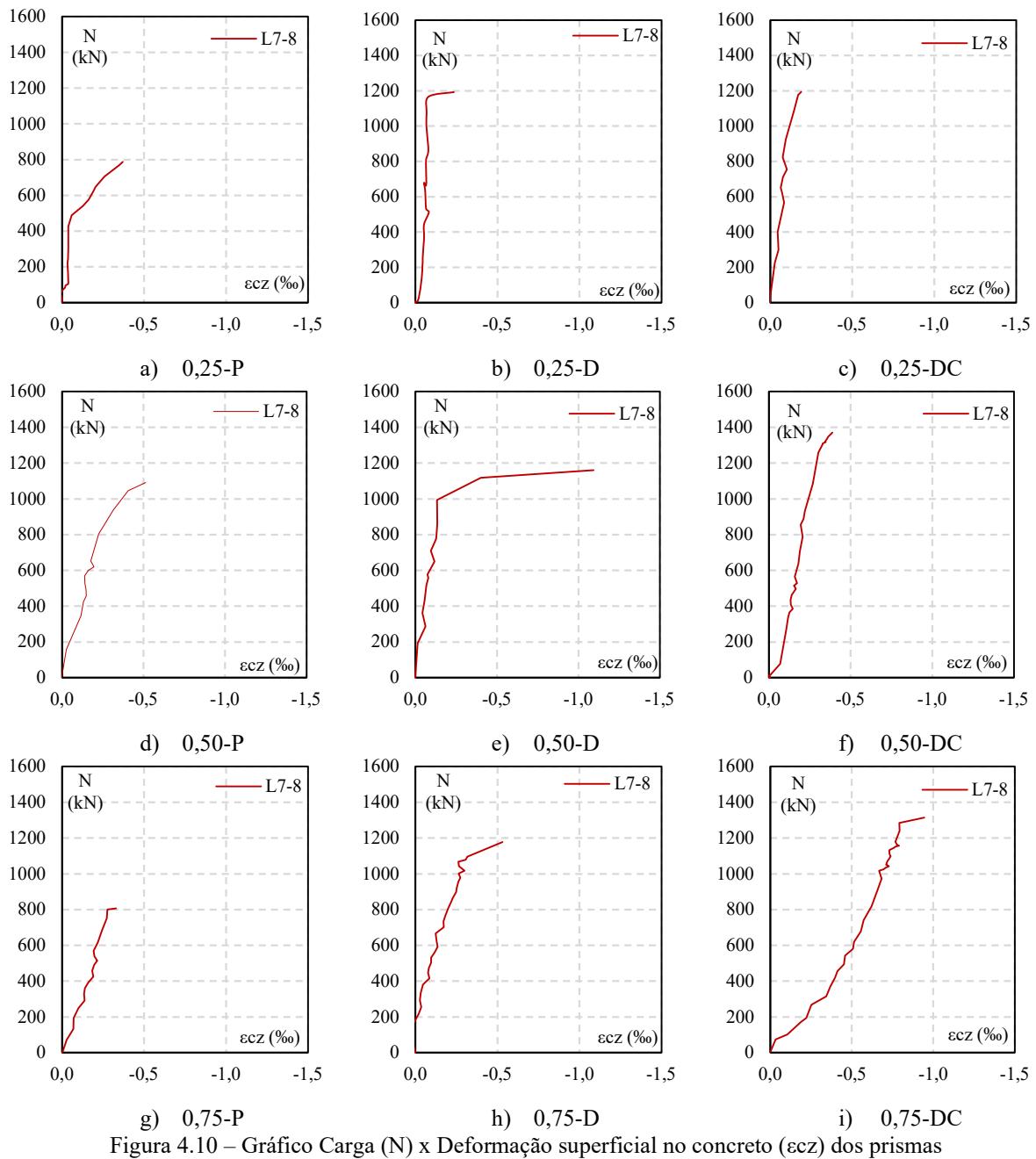


Figura 4.10 – Gráfico Carga (N) x Deformação superficial no concreto ( $\epsilon_{cz}$ ) dos prismas

Ressalta-se que, para as análises das deformações superficiais do concreto na direção Z foi adotada a média dos valores obtidos nas leituras dos LVDTs 7 e 8 de cada prisma.

#### 4.5. DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS

Quanto às deformações nas barras de aço dos espécimes da série 1 (ver Figura 4.11), observa-se que todas apresentaram valores pequenos mantendo-se em torno de zero até próximo da carga de ruptura, sem que nenhuma atingisse o patamar de escoamento. De modo geral, as barras do prisma 0,25-DC foram menos solicitadas em comparação às do prisma 0,25-D. Ao

comparar os dois, nota-se que a barra instrumentada com o extensômetro da posição B1 apresentou deformações ligeiramente maiores no espécime 0,25-D.

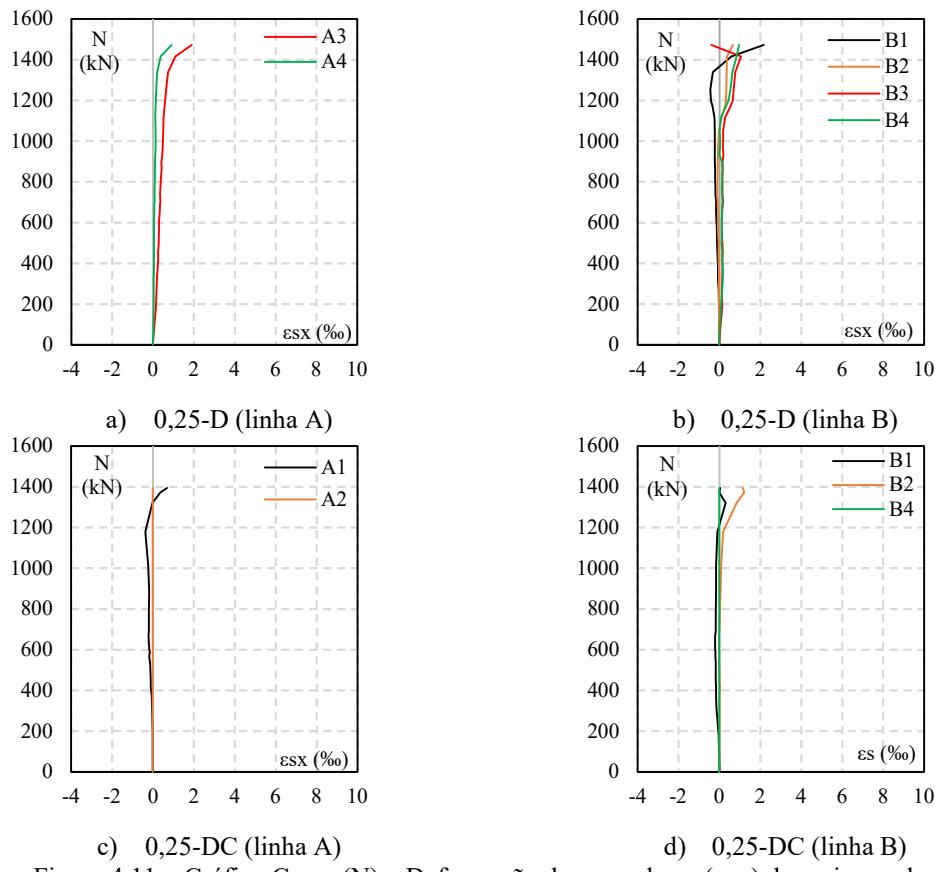


Figura 4.11 – Gráfico Carga (N) x Deformação das armaduras ( $\epsilon_{yx}$ ) dos prismas da série 1

No espécime 0,50-D (ver Figura 4.12a e Figura 4.12b), observa-se que, de modo geral, as armaduras não foram significativamente solicitadas mantendo deformações próximas de zero, exceto a barra monitorada pelo extensômetro da posição A2. Esse ponto apresentou uma deformação de tração de 11% sob a carga de  $0,19N_u$ , indicando a ruptura da barra. Posteriormente, sob a carga de  $0,55N_u$ , o mesmo extensômetro registrou uma deformação de compressão de -2,27%, voltando em seguida a tracionar, atingindo valores elevados da ordem de 900%.

No espécime 0,50-DC (ver Figura 4.12c e Figura 4.12d), observa-se que o extensômetro localizado na posição A1 registrou deformações próximas de zero até a carga de  $0,37N_u$ , a partir dessa carga passou a apresentar deformações de tração, atingindo 2,17% no momento da ruptura do espécime. Já o extensômetro da posição A2 indicou elevadas deformações de tração com uma carga de  $0,19N_u$ , chegando a 6,44%, o que evidencia o escoamento dessa barra. A partir de uma carga de  $0,60N_u$ , a leitura passou a indicar deformações que oscilaram entre compressão e tração, encerrando na carga de ruptura com uma deformação de -1,12%. O extensômetro da posição B1, por sua vez, apresentou elevada deformação de tração atingindo

um pico de 3,85% com  $0,19N_u$  e reduzindo ligeiramente para 3,40%, indicando que a barra entrou em escoamento, mantendo essa deformação constante até a ruptura. Os demais extensômetros dessa subsérie permaneceram com deformações próximas de zero.

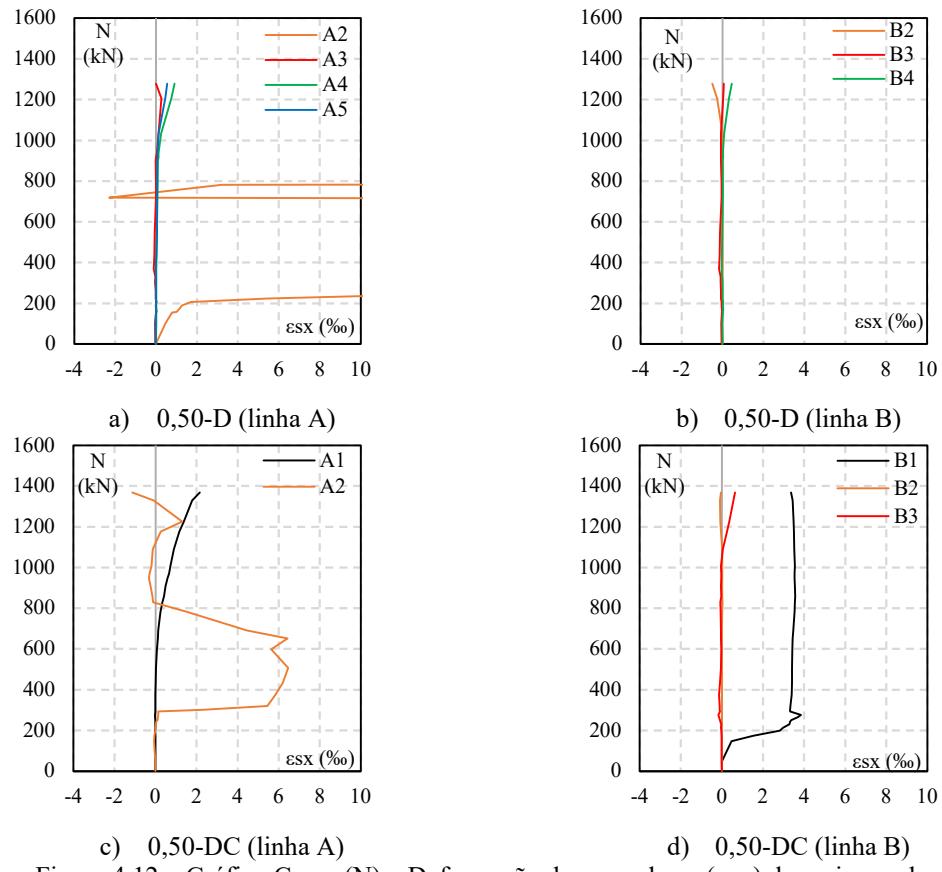


Figura 4.12 – Gráfico Carga (N) x Deformação das armaduras ( $\epsilon_{xy}$ ) dos prismas da série 2

No espécime 0,75-D, observa-se que, com uma carga de  $0,82N_u$  as deformações da posição A1 atingem valores elevados de tração (ver Figura 4.13a), chegando a um pico de 7,86% com  $0,94N_u$ , em seguida esse valor reduz, mas permanecendo em tração. Esses valores indicam que essa barra atingiu o escoamento. O extensômetro da posição A2 apresentou deformações próximas de zero até  $0,49N_u$ , passando então a tracionar até alcançar um pico de 34,79% com  $0,94N_u$ , seguido de uma redução, mas ainda em tração. Esse comportamento caracteriza a ruptura da barra, já que a deformação superou o limite de 10%. O extensômetro da posição A3, por sua vez, registrou inicialmente compressão atingindo -3,53% com  $0,55N_u$ , indicando que alcançou o limite de encurtamento. Posteriormente, a compressão foi reduzida e a barra passou a tracionar, chegando a uma deformação de 38,7%, indicando que também entrou em escoamento.

Na linha B de extensômetros do espécime 0,75-D (ver Figura 4.13b), verifica-se que as barras correspondentes às posições B2 e B3 mantiveram deformações próximas de zero, evidenciando baixa solicitação nessa região. Enquanto o extensômetro localizado na posição B1 registrou

inicialmente deformações de compressão, atingindo -3,13% com uma carga de  $0,33N_u$ , indicando um encurtamento dessa barra. A partir desse ponto, as deformações oscilaram entre tração e compressão até a ruptura do espécime, quando alcançou uma deformação de tração de 2,90%.

Já no espécime 0,75-DC (ver Figura 4.13c e Figura 4.13d), todos os extensômetros indicaram que as barras instrumentadas não atingiram nem o limite de encurtamento nem o de escoamento ao longo do ensaio.

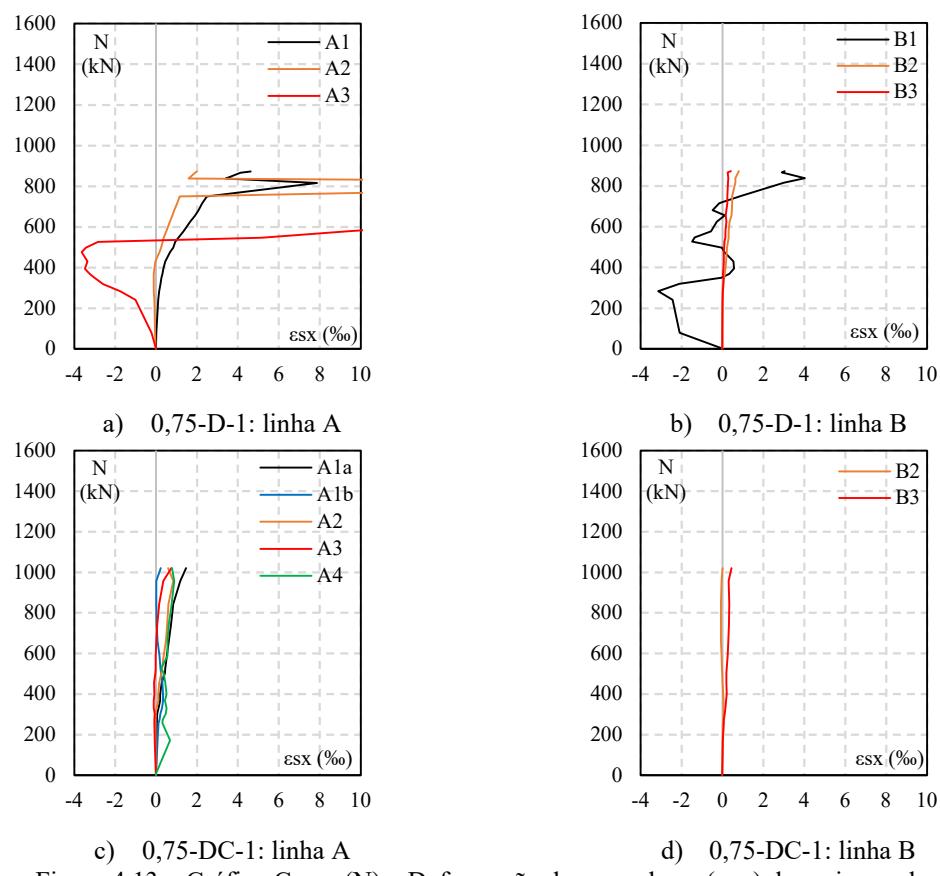


Figura 4.13 – Gráfico Carga (N) x Deformação das armaduras ( $\epsilon_{sx}$ ) dos prismas da série 3

Observa-se que a maioria dos resultados de deformação demonstra que nem todas as barras atingiram patamares de escoamento. No entanto, isso não reflete totalmente a realidade, tendo em vista que algumas barras podem ter escoado ou esmagado em regiões diferentes das que foram instrumentadas.

#### 4.6. ANÁLISE DA MODELAGEM COMPUTACIONAL

Neste tópico são apresentados e discutidos os principais resultados obtidos por meio da modelagem computacional desenvolvida para este estudo. Inicialmente são apresentadas as cargas de ruptura teóricas obtidas, que serão comparadas aos resultados experimentais para

avaliação da precisão do modelo. Em seguida, é analisado o perfil de deformações superficiais no concreto dos prismas sem armadura, permitindo uma comparação direta com os dados experimentais obtidos. Adicionalmente, também é traçado o perfil de deformações no aço das armaduras dos prismas, uma vez que essa análise não pôde ser realizada experimentalmente devido à perda de dados em grande parte dos pontos instrumentados.

#### 4.6.1. Cargas de Ruptura Obtidas na Modelagem Computacional

A Tabela 4.2 apresenta os valores das cargas de ruptura teóricas obtidas por meio da modelagem computacional ( $N_{COMP}$ ) e a relação destas com as cargas de ruptura experimentais ( $N_u$ ). De maneira geral, observa-se que os resultados demonstram uma boa correlação, uma vez que, na maioria dos casos, a relação entre as cargas experimental e teórica ficou próxima de 1, indicando uma estimativa bastante alinhada com os resultados obtidos nos ensaios experimentais.

A Figura 4.14 ilustra graficamente essa relação, permitindo observar que os resultados da modelagem se apresentam, em sua maioria, pouco conservadores, ou seja, com valores de  $N_u/N_{COMP}$  superiores a 1 e abaixo de 1,50. Este comportamento sugere que o modelo é capaz de reproduzir satisfatoriamente a resistência dos prismas, embora, em algumas situações, apresente uma tendência a estimar uma capacidade resistente maior que a observada experimentalmente.

Cabe destacar que, dos nove prismas avaliados, apenas três, os correspondentes aos modelos 0,25-P, 0,25-DC e 0,50-D, apresentaram uma relação inferior a 1. O que significa que, nesses casos específicos, a modelagem computacional superestimou a resistência experimental. De forma geral, os resultados indicam que a modelagem computacional representa adequadamente o comportamento estrutural dos prismas analisados do ponto de vista da resistência, reforçando sua aplicabilidade como uma ferramenta válida para previsão do comportamento estrutural no contexto estudado.

Tabela 4.2 – Resultados teóricos de carga de ruptura dos espécimes obtidos com a análise computacional

PRISMA	N <sub>COMP</sub> (tf)	N <sub>u</sub> / N <sub>COMP</sub>
0,25-P	127,1	0,96
0,25-D	135,8	1,08
0,25-DC	140,5	0,99
0,50-P	104,5	1,06
0,50-D	129,1	0,99
0,50-DC	134,9	1,02
0,75-P	56,1	1,44
0,75-D	106,4	1,11
0,75-DC	121,5	1,08

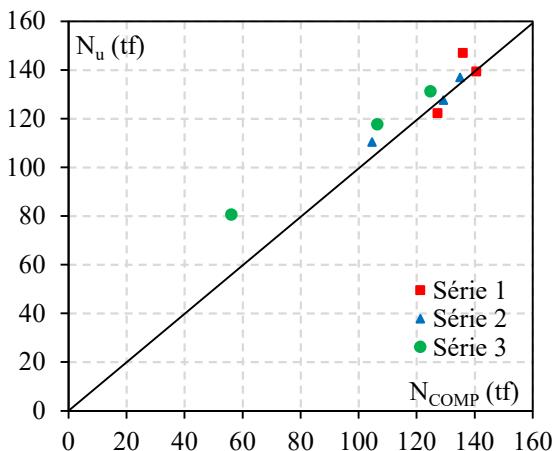


Figura 4.14 – Comparação entre a carga de ruptura experimental (N<sub>u</sub>) e computacional (N<sub>COMP</sub>)

#### 4.6.2. Perfil de Deformações no Concreto

As distribuições das deformações superficiais no concreto ao longo da altura dos prismas da série P (sem armadura), obtidas através da modelagem computacional, estão apresentadas na Figura 4.15. A comparação desses resultados com aqueles obtidos experimentalmente revelou uma boa concordância entre os dois métodos. Essa compatibilidade reforça a capacidade da modelagem em reproduzir de forma satisfatória o comportamento do concreto frente às solicitações aplicadas.

Apesar da boa correlação observada, foram identificadas algumas discrepâncias na série 3, notadamente nas posições dos LVDTs 1 e 3, cujos valores experimentais se distanciaram dos resultados simulados. Este comportamento pode estar associado a fatores como pequenas variações na execução dos ensaios, limitações da instrumentação ou mesmo simplificações adotadas no modelo numérico. Ainda assim, considera-se que o comportamento global registrado reforça a confiabilidade da modelagem para análise das distribuições de deformações no concreto.

Adicionalmente, a análise confirmou que para os prismas da série 1 o Modelo de Bielas e Tirantes desenvolvido a partir das recomendações de BURDET *et al.* (1991) não representa de forma satisfatória a distribuição real das tensões, especialmente na região superior, onde predomina um estado de compressão. Este resultado corrobora a necessidade de propor um modelo alternativo que capture com maior fidelidade a configuração real dos esforços. Por outro lado, as distribuições de deformações obtidas para os prismas das séries 2 e 3 apresentaram boa concordância com os Modelos de Bielas e Tirantes previamente definidos, o que valida, para essas configurações, a adequação dos modelos adotados e a coerência dos resultados obtidos.

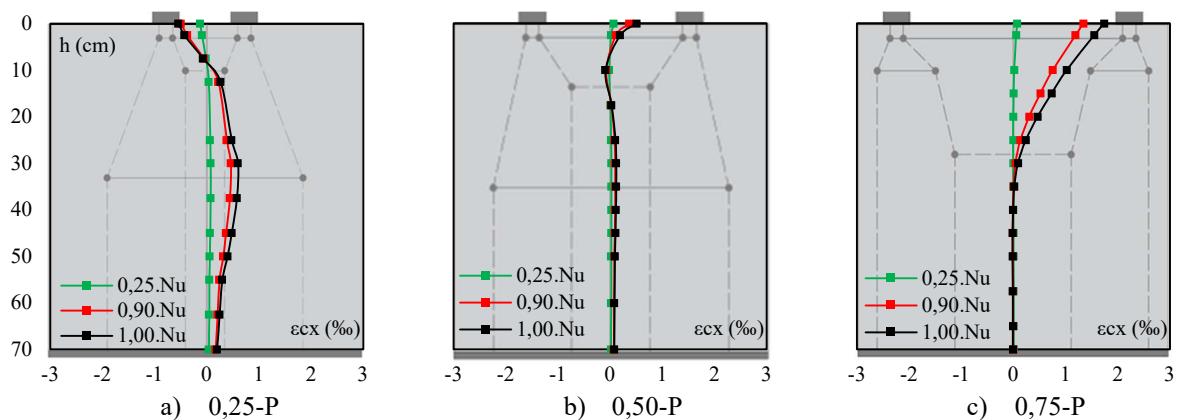


Figura 4.15 – Distribuição das deformações superficiais no concreto nos prismas sem armadão obtidas na modelagem computacional

#### 4.6.3. Perfil de Deformações no Aço

Em todos os ensaios, houve a perda de alguns extensômetros previamente previstos, o que impossibilitou a obtenção de um perfil completo de deformações das armaduras ao longo da altura das seções. Considerando que a modelagem computacional apresentou uma boa correlação com o comportamento experimental do concreto, optou-se por utilizar os resultados numéricos para a determinação dos perfis de deformação das armaduras.

Na análise dos perfis de deformação obtidos para a série 1 (ver Figura 4.16), nota-se que, no eixo localizado abaixo da aplicação de carga (linha A), o comportamento das curvas foi semelhante entre a modelagem computacional e os resultados experimentais. No entanto, os valores das deformações medidas experimentalmente foram superiores aos obtidos na simulação, comportamento que também se repetiu no eixo central do prisma (linha B). Cabe destacar que, na análise da carga última ( $1,00N_u$ ), os valores de deformações experimentais passaram a apresentar uma diferença mais acentuada em relação ao modelo computacional, em função das interferências nas leituras dos extensômetros, normalmente observadas no instante da ruptura.

Além disso, ao comparar os resultados dos prismas 0,25-D e 0,25-DC, verifica-se que a introdução de armadura no prisma 0,25-DC resultou em deformações de valores um pouco maiores nas barras de aço. Apesar disso, a forma geral dos perfis de deformação manteve-se similar, indicando que a adição de armadura alterou a intensidade das solicitações nas barras, mas não modificou significativamente o padrão de distribuição das deformações ao longo da altura dos prismas.

Esse aumento nas deformações pode parecer contraditório, uma vez que seria esperado que o acréscimo de armadura resultasse na redução das deformações devido à maior capacidade de absorver esforços. Entretanto, este comportamento é coerente com a redistribuição dos esforços internos provocada pela inclusão da armadura concentrada. No prisma 0,25-DC, a armadura passa a assumir uma parcela maior dos esforços de tração, que antes eram parcialmente absorvidos pelo concreto. Como consequência, as barras de aço são mais exigidas, apresentando deformações mais elevadas. Além disso, vale destacar que, embora as deformações nas armaduras tenham aumentado, o acréscimo de armadura teve um efeito positivo no desempenho global do prisma.

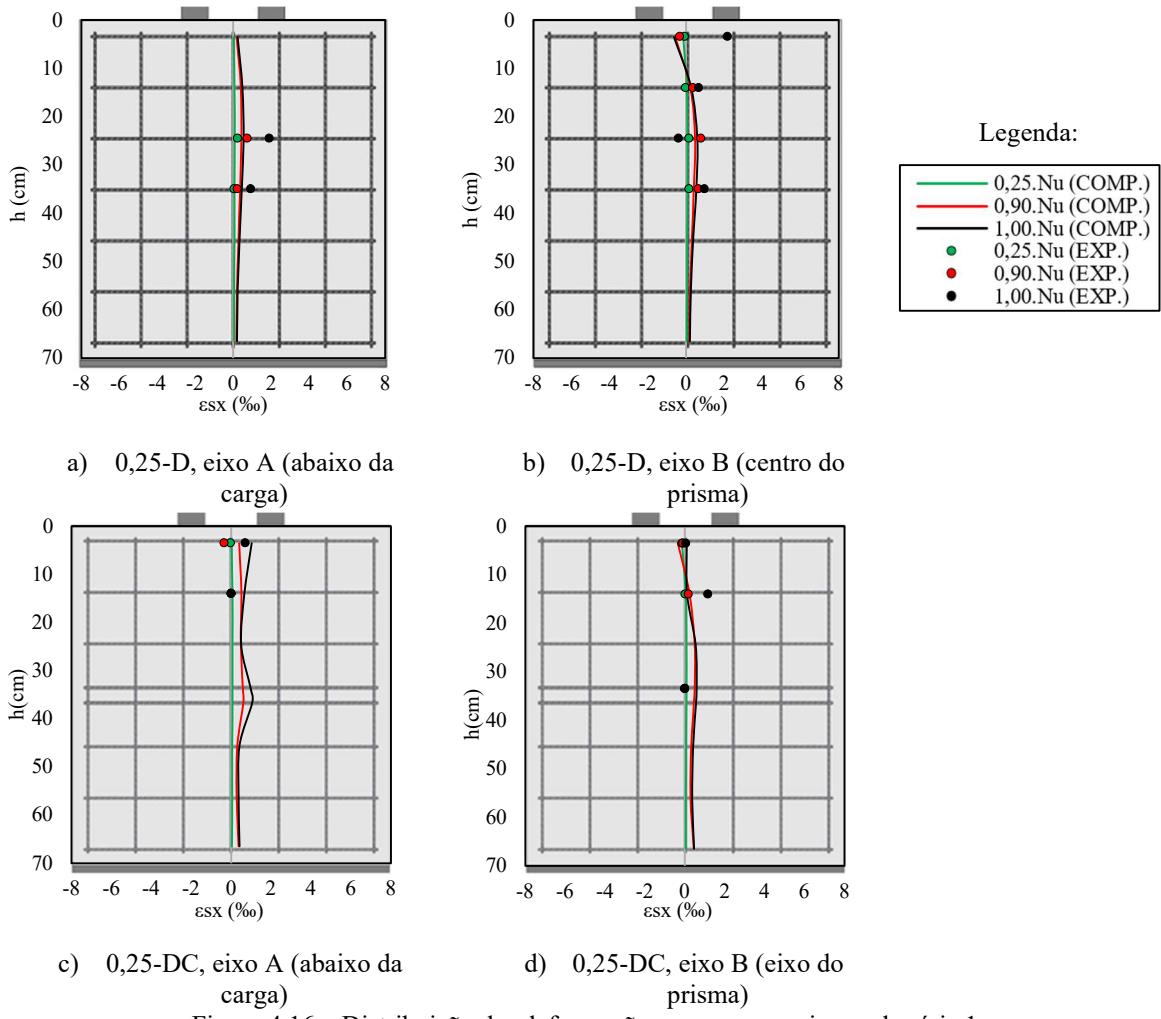


Figura 4.16 – Distribuição das deformações no aço nos prismas da série 1

Com relação aos prismas da série 2, observa-se que, de modo geral, os perfis de deformação obtidos na análise experimental e na modelagem computacional apresentaram comportamentos semelhantes tanto no eixo A quanto no eixo B, com discrepâncias nos valores das deformações, conforme ilustrado na Figura 4.17. Analisando o efeito da armadura concentrada no prisma 0,50-DC, nota-se que sua presença influenciou significativamente a distribuição das deformações nas barras.

No eixo A, localizado abaixo da aplicação da carga, as armaduras posicionadas até 25 cm abaixo do topo apresentaram deformações mais elevadas no prisma 0,50-DC, indicando maior solicitação nessa região devido ao acréscimo de armadura. Esse comportamento sugere uma concentração dos esforços de tração na região superior, possivelmente decorrente da redistribuição interna das tensões proporcionada pela configuração das armaduras. Por outro lado, no eixo B, situado na região central dos prismas, as maiores deformações foram observadas no prisma 0,50-D, que possui menor quantidade de armadura.

Assim como observado na série 1, na série 2 o aumento da quantidade de armadura se mostrou eficiente para o ganho de resistência dos prismas. No entanto, esse acréscimo também promoveu uma redistribuição dos esforços internos, aspecto que deve ser cuidadosamente avaliado em projetos futuros, a fim de equilibrar o aumento da capacidade resistente com a manutenção da ductilidade do sistema estrutural.

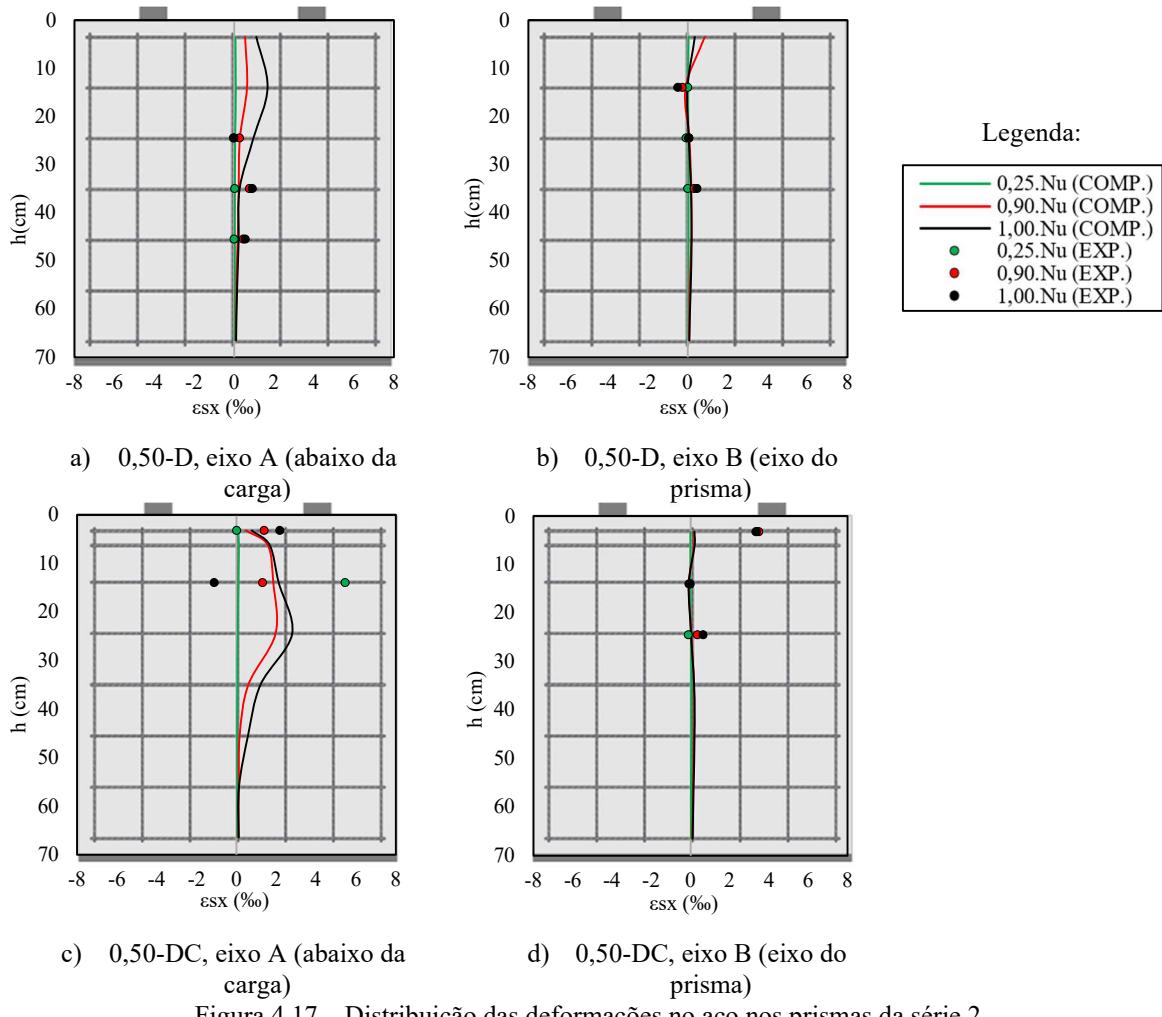


Figura 4.17 – Distribuição das deformações no aço nos prismas da série 2

Na série 3, observa-se novamente uma boa correlação entre os perfis de deformações obtidos na modelagem computacional e os valores registrados nos ensaios experimentais (ver Figura 4.18). Essa coerência reforça a representatividade do modelo adotado, tanto na distribuição quanto no valor das deformações ao longo da altura dos prismas.

Ao comparar os resultados dos prismas 0,75-D e 0,75-DC, verifica-se que as deformações nas armaduras do prisma 0,75-DC foram significativamente menores em relação às observadas no 0,75-D. No prisma 0,75-D, além de apresentar deformações maiores na região superior, essas se distribuíram por uma faixa mais extensa ao longo da altura, alcançando aproximadamente

35 cm a partir do topo, até que os valores se tornassem nulos. Por outro lado, no prisma 0,75-DC, as deformações relevantes ficaram concentradas nos primeiros 25 cm a partir do topo, indicando uma dissipação mais localizada dos esforços de tração.

Esse comportamento evidencia que a presença da armadura concentrada na região superior do prisma 0,75-DC foi eficiente tanto para limitar as deformações nas barras de aço quanto para reduzir a propagação das regiões mais solicitadas à tração. Além disso, tal configuração contribuiu diretamente para o aumento da capacidade resistente do prisma, fato que também foi confirmado pelos resultados experimentais de carga de ruptura. Portanto, fica evidente que nos prismas da série 3 a adoção de uma estratégia de reforço concentrado proporcionou, não apenas uma melhor distribuição dos esforços, mas também um desempenho estrutural superior, tanto em termos de rigidez quanto de resistência final.

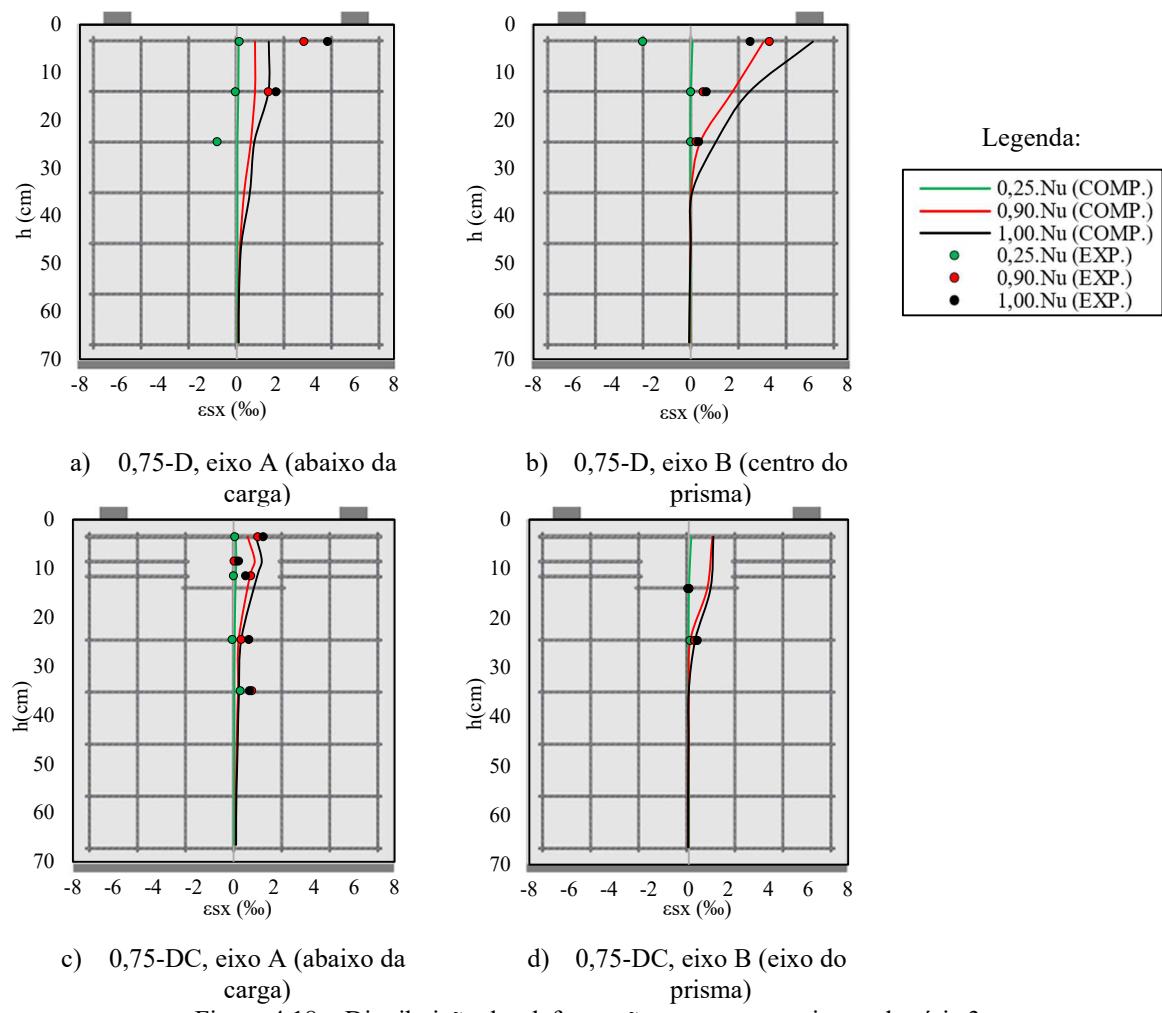


Figura 4.18 – Distribuição das deformações no aço nos prismas da série 3

## 4.7. ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA ATRAVÉS DO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

### 4.7.1. Avaliação dos Resultados Obtidos com os Modelos Iniciais

A Tabela 4.3 apresenta os resultados obtidos para cada modo de ruptura analisado por meio do Método de Bielas e Tirantes, adotando-se como carga final a menor entre as cargas calculadas para os diferentes modos de ruptura, conforme descrito na metodologia. A tabela também apresenta a relação entre essa carga teórica e a carga de ruptura experimental ( $N_u$ ). A análise dos resultados indica que todas as estimativas de resistência foram excessivamente conservadoras (ver Figura 4.19), sugerindo que os Modelos de Bielas e Tirantes inicialmente adotados não foram capazes de representar com precisão o comportamento estrutural dos prismas analisados, tanto em termos da capacidade resistente quanto dos modos de ruptura verificados experimentalmente.

Tabela 4.3 – Resultados teóricos de carga de ruptura dos espécimes obtidos com o Método de Bielas e Tirantes

PRISMA	CARGAS DE RUPTURA TEÓRICA DE ACORDO COM CADA MODO DE RUPTURA (tf)						$N_{MBT}$ (tf)	$N_u / N_{MBT}$
	1	2	3	4	5	6		
0,25-P	64,4	392,7	22,4	<b>22,1</b>	44,0	93,9	22,1	5,54
0,25-D	64,4	392,7	42,0	<b>41,4</b>	82,4	72,9	41,4	3,55
0,25-DC	64,4	392,7	42,0	<b>41,4</b>	82,4	112,9	41,4	3,37
0,50-P	64,4	20,3	24,5	<b>17,4</b>	34,9	149,4	17,4	6,34
0,50-D	64,4	<b>20,3</b>	45,9	32,7	65,4	124,0	20,3	6,29
0,50-DC	64,4	53,8	45,9	<b>32,7</b>	65,4	137,4	32,7	4,19
0,75-P	64,4	15,1	22,1	<b>12,4</b>	48,5	30,8	12,4	6,51
0,75-D	64,4	30,2	41,4	23,2	91,0	<b>22,9</b>	22,9	5,14
0,75-DC	64,4	79,6	41,4	<b>23,2</b>	91,0	60,5	23,2	5,65

**Modos de ruptura:** (1) esmagamento do nó na região da chapa de aplicação de carga; (2) escoamento do tirante T1; (3) fendilhamento das bielas S1 e S4; (4) fendilhamento das bielas S2 e S3; (5) esmagamento da biela S5; e (6) escoamento do tirante T2.

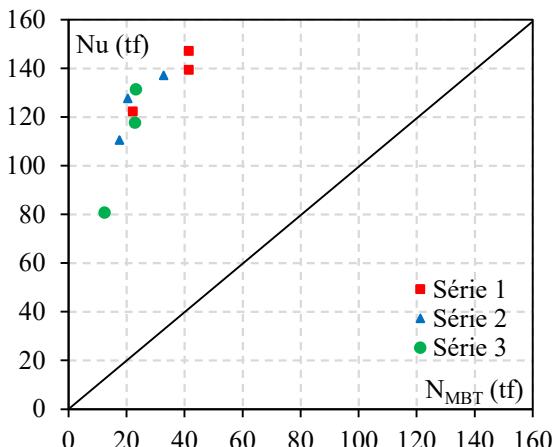


Figura 4.19 – Comparação entre a carga de ruptura experimental ( $N_u$ ) e teórica calculada através do método de bielas e tirantes ( $N_{MBT}$ )

Essas limitações evidenciam a necessidade de revisar os modelos adotados, tanto em relação à configuração dos elementos resistentes (bielas, tirantes e nós) quanto às equações utilizadas para estimar suas capacidades. Essa análise fundamenta a proposição de novos modelos, com o objetivo de obter previsões mais consistentes e representativas do comportamento estrutural observado nos ensaios.

#### 4.7.2. Proposta de Reformulação dos Modelos de Bielas e Tirantes e das Equações de Resistência

Diante das discrepâncias observadas entre as estimativas de resistência calculadas através dos modelos de Bielas e Tirantes originalmente propostos e os resultados obtidos experimentalmente, torna-se evidente a necessidade de ajustes nas formulações adotadas. Neste contexto, propõe-se uma reformulação dos modelos de Bielas e Tirantes, buscando uma representação mais condizente com o comportamento real observado. As alterações consideram, principalmente, a redistribuição dos fluxos de tensões em regiões específicas dos modelos, como a substituição de tirantes por bielas em zonas predominantemente comprimidas, bem como a revisão das larguras efetivas de bielas e das regiões nodais. A adoção desses novos modelos busca fornecer estimativas de resistência mais aderentes à realidade, tanto em termos de valor quanto de modo de ruptura, promovendo maior precisão nas análises estruturais.

A partir da análise não linear dos espécimes, realizada por meio da modelagem computacional, e dos dados obtidos no programa experimental referentes às deformações superficiais do concreto, verifica-se que o Modelo de Bielas e Tirantes adotado para a série 1 não representa adequadamente as tensões atuantes. Observa-se que, na região superior dos espécimes, predominam deformações de compressão, diferentemente do que era indicado pela análise

linear elástica e pelo modelo proposto por BURDET *et al.* (1991), que considerava a presença de tração nessa região.

Dessa maneira, propõe-se um novo Modelo de Bielas e Tirantes para representar os espécimes dessa série, com o objetivo de determinar a carga teórica de ruptura de forma mais condizente com o comportamento real observado. Esse modelo foi desenvolvido com base no perfil de deformações no concreto registrado no prisma 0,25-P durante a análise experimental. A partir desse perfil, foi calculado o centróide da região de compressão, determinando-se assim a altura da biela S5. Da mesma forma, foi determinado o centróide da região de tração, possibilitando o cálculo da altura do tirante. A Figura 4.20 apresenta o novo modelo proposto para os espécimes da série 1, incluindo a representação dos modos de ruptura considerados.

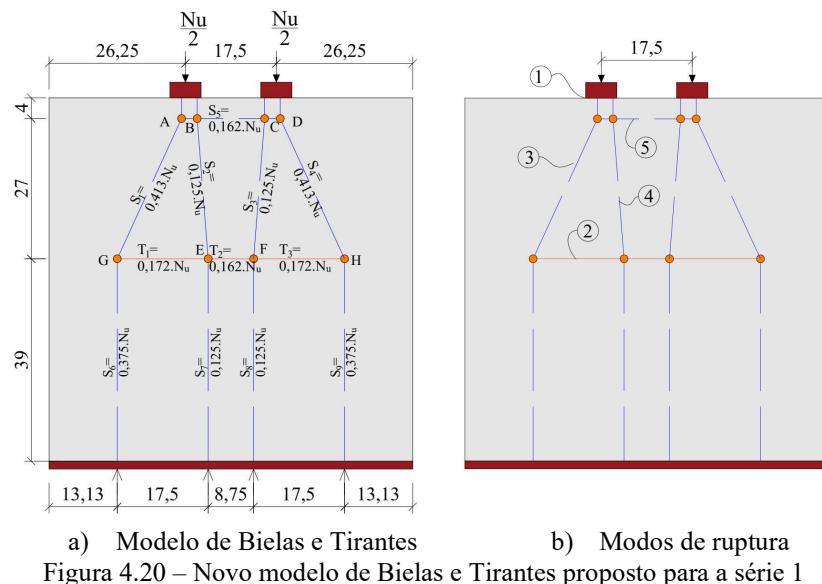
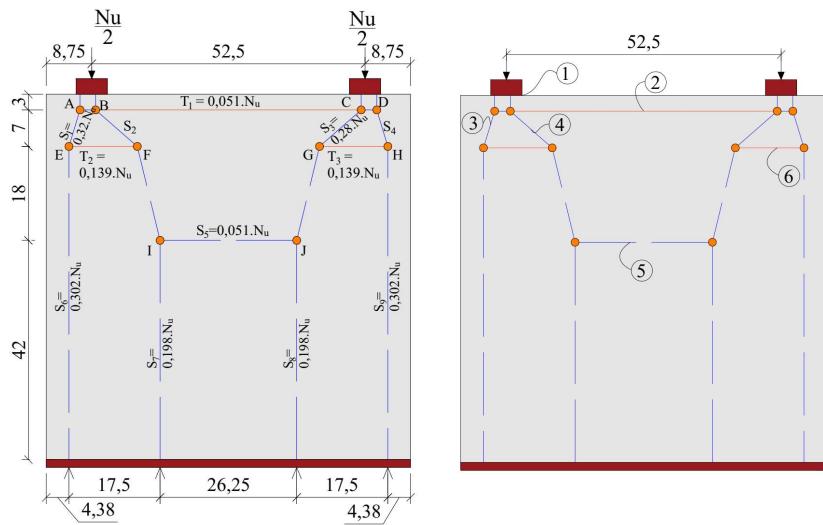


Figura 4.20 – Novo modelo de Bielas e Tirantes proposto para a série 1

No que se refere às análises das deformações do concreto nos espécimes das séries 2 e 3, verificou-se que os resultados estão em conformidade com aqueles previamente obtidos na análise linear elástica. Dessa forma, para os prismas da série 2, manteve-se o Modelo de Bielas e Tirantes previamente definido na etapa de metodologia, o qual foi utilizado para a estimativa da carga teórica de ruptura de cada espécime dessa série. Contudo, para o modelo da série 3, identificou-se a necessidade de ajustar a posição dos nós A, B, C e D, com o objetivo de obter uma treliça mais equilibrada e uma distribuição de esforços mais adequada na base dos espécimes. A Figura 4.21 apresenta o modelo atualizado para os espécimes da série 3, bem como a representação dos modos de ruptura considerados.



a) Modelo de Bielas e Tirantes

b) Modos de ruptura

Figura 4.21 – Novo modelo de Bielas e Tirantes proposto para a série 3

Nesta nova proposta de análise dos modelos para cada série, adotou-se o espalhamento da região nodal com uma relação de 1:2, baseada nas recomendações de LEONHARDT e MÖNNIG (1982, v. 2) e considerando também os padrões de fissuração observados na região nodal durante os ensaios experimentais. Essa abordagem resultou em larguras ampliadas para as bielas, conforme pode ser observado na Figura 4.22, e a largura da região espalhada foi considerada no cálculo da resistência dos nós. Adicionalmente, adotou-se a contribuição da região de concreto tracionada na resistência de todos os tirantes, inclusive daqueles com presença de armadura, uma vez que, durante os ensaios, não foram observadas fissuras nessas regiões antes da ruptura, indicando que o concreto contribuiu significativamente na resistência à tração até o colapso. As equações utilizadas para o cálculo dos diferentes modos de ruptura, considerando todas as séries analisadas, estão consolidadas na Tabela 4.4.

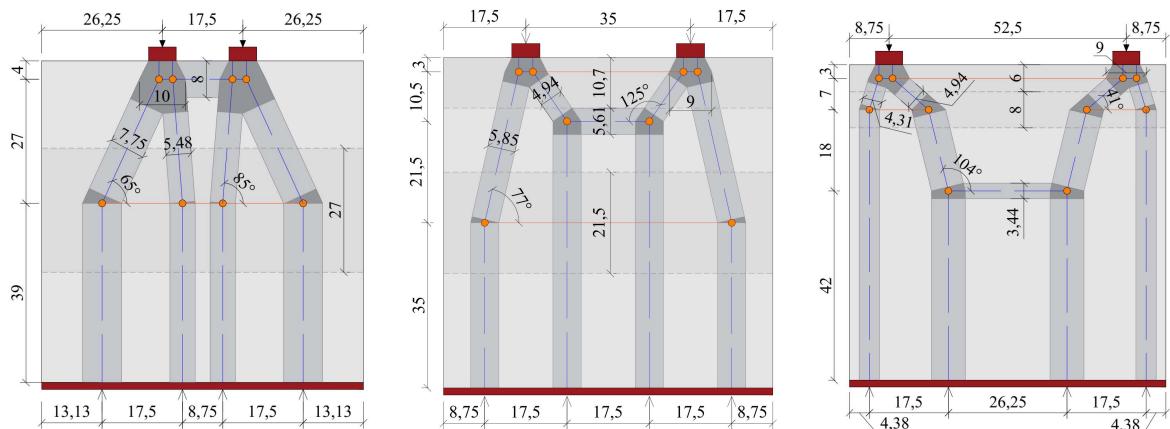


Figura 4.22 – Representação das larguras dos elementos considerando um espalhamento da região nodal de 1:2

Tabela 4.4 – Equações de cargas de ruptura atualizadas para cada série

<b>Modo de ruptura</b>	<b>Série</b>	<b>Força resistente</b>	<b>Força solicitante</b>	<b>Carga de ruptura</b>
1	0,25			
	0,50	$F_{r1} = \beta_c \cdot \beta_n \cdot f_{ck} \cdot l_{carga,e} \cdot b_w$	$F_{s1} = \frac{N_u}{2}$	$N_{u,teo,1} = 2 \cdot F_{r1}$
	0,75			
2	0,25		$F_{s2} = 0,172 \cdot N_u$	$N_{u,teo,2} = \frac{F_{r2}}{0,172}$
	0,50	$F_{r2} = A_s \cdot f_{ys} + A_c \cdot f_{ct}$	$F_{s2} = 0,116 \cdot N_u$	$N_{u,teo,2} = \frac{F_{r2}}{0,116}$
	0,75		$F_{s2} = 0,051 \cdot N_u$	$N_{u,teo,2} = \frac{F_{r2}}{0,051}$
3	0,25		$F_{s3} = 0,413 \cdot N_u$	$N_{u,teo,3} = \frac{F_{r3}}{0,413}$
	0,50	$F_{r3} = \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_{ck} \cdot w_{s1,e} \cdot b_w$	$F_{s3} = 0,257 \cdot N_u$	$N_{u,teo,3} = \frac{F_{r3}}{0,257}$
	0,75		$F_{s3} = 0,32 \cdot N_u$	$N_{u,teo,3} = \frac{F_{r3}}{0,32}$
4	0,25		$F_{s4} = 0,125 \cdot N_u$	$N_{u,teo,4} = \frac{F_{r4}}{0,125}$
	0,50	$F_{r4} = \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_{ck} \cdot w_{s2,e} \cdot b_w$	$F_{s4} = 0,304 \cdot N_u$	$N_{u,teo,4} = \frac{F_{r4}}{0,304}$
	0,75		$F_{s4} = 0,28 \cdot N_u$	$N_{u,teo,4} = \frac{F_{r4}}{0,28}$
5	0,25		$F_{s5} = 0,162 \cdot N_u$	$N_{u,teo,5} = \frac{F_{r5}}{0,162}$
	0,50	$F_{r5} = \beta_c \cdot \beta_s \cdot f_{ck} \cdot w_{s5,e} \cdot b_w$	$F_{s5} = 0,173 \cdot N_u$	$N_{u,teo,5} = \frac{F_{r5}}{0,173}$
	0,75		$F_{s5} = 0,051 \cdot N_u$	$N_{u,teo,5} = \frac{F_{r5}}{0,051}$
6	0,25		Não verificado	Não verificado
	0,50	$F_{r6} = A_s \cdot f_{ys} + A_c \cdot f_{ct}$	$F_{s6} = 0,057 \cdot N_u$	$N_{u,teo,6} = \frac{F_{r6}}{0,057}$
	0,75		$F_{s6} = 0,139 \cdot N_u$	$N_{u,teo,6} = \frac{F_{r6}}{0,139}$

Conforme o critério adotado na metodologia, a carga de ruptura teórica corresponde ao menor valor entre as cargas calculadas para os diferentes modos de ruptura. Na Tabela 4.5 são apresentados os valores das cargas de ruptura teóricas obtidas para cada prisma, considerando a nova proposta de análise adotada no Método de Bielas e Tirantes. Além disso, na Figura 4.23 está representada a relação entre essas cargas teóricas e as respectivas cargas experimentais.

Observa-se que, com a aplicação dessa nova abordagem, os resultados melhoraram em comparação com a análise anterior, o que indica maior aderência aos valores experimentais. Apesar das relações ainda se manter superior a 1, os resultados podem ser considerados mais satisfatórios.

Tabela 4.5 – Resultados teóricos de carga de ruptura obtidos com a nova análise do Método de Bielas e Tirantes

PRISMA	CARGAS DE RUPTURA TEÓRICA DE ACORDO COM CADA MODO DE RUPTURA (tf)						$N_{MBT}$ (tf)	$N_u / N_{MBT}$
	1	2	3	4	5	6		
0,25-P	138,5	62,2	<b>40,3</b>	94,1	264,9	-	40,3	3,04
0,25-D	138,5	103,3	<b>75,5</b>	176,4	264,9	-	75,5	1,95
0,25-DC	138,5	125,8	<b>75,5</b>	176,4	264,9	-	75,5	1,85
0,50-P	118,3	56,8	48,8	<b>34,9</b>	69,6	149,4	34,9	3,17
0,50-D	118,3	<b>56,8</b>	91,6	65,4	130,5	273,4	56,8	2,25
0,50-DC	118,3	84,5	91,6	<b>65,4</b>	130,5	286,7	65,4	2,10
0,75-P	118,3	154,9	28,9	37,9	144,7	<b>22,8</b>	22,8	3,54
0,75-D	118,3	201,1	54,2	71,0	271,4	<b>39,7</b>	39,7	2,96
0,75-DC	118,3	352,0	54,2	71,0	271,4	<b>67,6</b>	54,2	2,42

**Modos de ruptura:** (1) esmagamento do nó na região da chapa de aplicação de carga; (2) escoamento do tirante T1; (3) fendilhamento das bielas S1 e S4; (4) fendilhamento das bielas S2 e S3; (5) esmagamento da biela S5; e (6) escoamento do tirante T2.

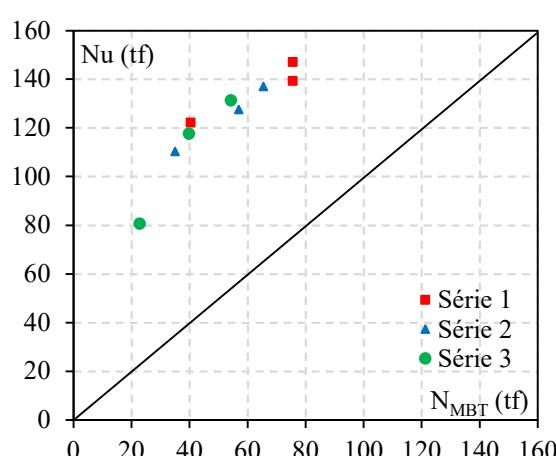


Figura 4.23 – Comparação entre a carga de ruptura experimental ( $N_u$ ) e teórica calculada através do método de bielas e tirantes ( $N_{MBT}$ )

## 5. CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo principal investigar a resistência ao fendilhamento de elementos de concreto submetidos a múltiplas cargas concentradas, por meio de ensaios experimentais e modelagem numérica. A pesquisa buscou compreender a influência de diferentes taxas de armadura transversal, da variação do posicionamento das cargas e da interação entre zonas nodais sobre o comportamento estrutural desses elementos.

Os resultados experimentais mostraram que a presença de armaduras transversais contribui para o aumento da resistência e influencia diretamente as deformações e o modo de ruptura. Nas séries com maiores taxas de armadura, observaram-se maiores deformações no concreto, enquanto o uso de armadura concentrada redistribuiu os esforços e reduziu a fissuração. A ausência de deformações significativas em algumas barras instrumentadas, sugere que o escoamento não ocorreu nas regiões monitoradas. No entanto, essa limitação está associada à instrumentação pontual, o que implica que o comportamento real das armaduras pode ter sido mais crítico em regiões não instrumentadas.

A distância entre os pontos de aplicação de carga teve impacto relevante na capacidade resistente dos prismas, sendo que cargas aplicadas mais próximas resultaram em maiores valores de carga de ruptura. Além disso, a interação entre zonas nodais foi observada apenas na série com menor espaçamento entre os pontos de carga, indicando a ocorrência de sobreposição de tensões. Nas demais séries, esse efeito não se manifestou de forma significativa.

A modelagem computacional, realizada com o *software* ATENA, reproduziu com boa fidelidade os comportamentos observados experimentalmente, tanto em termos de distribuição de tensões quanto na previsão das cargas de ruptura, validando sua aplicação como ferramenta complementar para análise estrutural. Da mesma forma, as estimativas de resistência por meio do Método de Bielas e Tirantes mostraram-se coerentes com os resultados experimentais, especialmente após a reformulação dos modelos, com melhorias nas representações das zonas nodais e na consideração do concreto nos tirantes.

Diante disso, conclui-se que tanto os modelos numéricos quanto a abordagem do método de bielas e tirantes, quando devidamente calibrados, se mostram ferramentas confiáveis para auxiliar no dimensionamento e na análise de elementos estruturais de concreto com geometria semelhante. A aplicação desses métodos pode contribuir para o desenvolvimento de projetos mais seguros, eficientes e com melhor desempenho técnico e econômico.

Para trabalhos futuros, recomenda-se ampliar o número de variáveis investigadas, visando consolidar os critérios de validação desses modelos e expandir sua aplicabilidade em diferentes contextos estruturais. Além disso, sugere-se a realização de novos ensaios com a introdução de armaduras de fretagem nas regiões nodais, com o intuito de reduzir os efeitos localizados nessas zonas e favorecer a ocorrência mais clara do fendilhamento, permitindo um aprofundamento na investigação desse mecanismo de ruptura e no entendimento do comportamento estrutural envolvido.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI CODE-318-25**: Building Code for Structural Concrete – Code Requirements and Commentary. Farmington Hills, 2025.

ARABZADEH, A.; AGHAYARI, R.; RAHAI, A. R. **A new model for predicting the effective strength in reinforced concrete bottle-shaped struts**. International Journal of Civil Engineering, v. 10, n. 4, December, p. 253-261, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: Concreto e argamassa — Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16889**: Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de com. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738**: Concreto — Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480: Aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado — Requisitos**. Rio de Janeiro, 2024.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522-1**: Concreto endurecido — Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação Parte 1: Módulos estáticos à compressão. Rio de Janeiro, 2021.

BAZANT, Z. P. **Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal**. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, v. 110, n.4, p. 518-535, 1984

BELLETTI, B.; DAMONI, C.; DE BOER, A.; HENDRIKS, A. N. **Analytical and numerical evaluation of the design shear resistance of reinforced concrete slabs**. Structural Concrete, Berlim, v. 15, n. 3, p. 317-330, 2014.

BROWN, M.D.; SANKOVICH, C.L.; BAYRAK, O. AND JIRSA J.O. **Behavior and Efficiency of Bottle-Shaped Struts**. ACI Structural Journal, v. 103, n. 3, p. 348-355, 2006.

- BURDET, O. L.; ROBERTS, C. L.; FENVES, G. L.; SANDERS, D. H.; BREEN, J. E. **Models and Tests of Anchorage Zones of Post-Tensioning Tendons**. ETH Zurich. Zurich, 1991.
- CAMPIONE, G. e MINAFÒ, G. **Experimental Investigation on Compressive Behavior of Bottle-Shaped Struts**. ACI Structural Journal, v. 108, n. 3, p. 294- 303, 2011.
- CAMPOS FILHO, A. **Detalhamento das Estruturas de Concreto Pelo Método das Bielas e dos Tirantes**. Caderno de Engenharia. Escola de Engenharia -UFRGS. Porto Alegre, 1996.
- CERVENKA, V. **ATENA Program Documentation Part 1 – Theory**. CERVENKA CONSULTING, 2021.
- CERVENKA, V. e GANZ, H. R. **Validation of post-tensioning anchorage zones by laboratory testing and numerical simulation**. Structural Concrete, v. 15, p. 258-268, 2014.
- CONFORTI, A.; TIBERTI, G.; PLIZZARI, G. A. **Splitting and crushing failure in FRC elements subjected to a high concentrated load**. CompositesPart B, v. 105, p. 82-92, 2016.
- EN 1992-2. Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 2: Concrete bridges - Design and detailing rules**. CEN, EN 1992-2, Brussels, Belgium, 2005.
- fib* MODEL CODE 1990. **Model Code 1990: Model code for concrete structures 1990**. Lausanne: Special Activity Group 5, 1992.
- GUYON, Y. **Prestressed Concrete**. Contractor's Record Ltd., London, UK, 543 pp, 1963.
- HORDIJK, D.A. **Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete — experiments, modelling and analyses**. HERON, v. 37, 1992.
- LEONHARDT, F. e MÖNNIG, E. **Construções de concreto: projeto e dimensionamento**. 2. ed. v. 2. São Paulo: Editora Interciência, 1982.
- LIAO, L.; DE LA FUENTE, A.; CAVALARO, S.; AGUADO, A.; CARBONARI, G. **Experimental and analytical study of concrete blocks subjected to concentrated loads with an application to TBM-constructed tunnels**. Tunnelling and Underground Space Technology, v. 49, p. 295-306, 2015.
- MAMEDE, N. F. S.; FARIA, D. M. V.; RAMOS, A. P. **Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement**. Engineering Structures, v. 48, p. 442-457, 2013.

MENETREY, P. **Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures.** PhD Thesis. Department of Civil Engineering, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 177 pp, 1994.

MÖRSCH, E. **Der eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung** – 1 ed. Stuttgart: 1909.

MUTTONI, A.; RUIZ, M. F.; NIKETIC, F. **Design versus Assessment of Concrete Structures Using Stress Fields and Strut-and-Tie Models.** ACI Structural Journal, v. 112, n. 5, 2015.

NEPOMUCENO, C. L. **Análise de vigas-parede aplicando modelo de biela e tirante e microtreliça.** 2012. 160 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Brasília, Brasília, DF, 2012.

PAMPLONA, M. K. Y. **Resistência ao Fendilhamento de Elementos Estruturais de Concreto Simples e Armado com Agregado Reciclado de Concreto.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, 2018.

PUJOL, S.; RAUTENBERG, J. M.; SOZEN, M. A. **Compressive Strength of Concrete in Nonprismatic Elements.** Concrete International, v. 33, n. 9, p. 42-49, 2011.

REGAN, P.E. **The Bearing Strength of Reinforced Concrete Subjected to Strip Loading.** Structures Research Group Polytechnic of Central London, England, 1986.

RITTER, W. **Die bauweise hennebique.** Zurich: Schweizerische Bauzeitung, v. 17, 1899.

ROTS, J. G. e BLAAUWENDRAAD, J. **Crack models for concrete: discrete or smeared fixed, multi-directional or rotating.** HERON, v. 34, n. 1, 1989.

SAHOO, D. K.; GAUTAM, R. K.; SINGH, B.; BHARGAVA, P. **Strength and deformation characteristics of bottle-shaped struts.** Magazine of Concrete Research, v. 60, n. 2, p. 137-144, 2008.

SAHOO, D. K.; SINGH, B.; BHARGAVA, P. **Investigation of Dispersion of Compression in Bottle-Shaped Struts.** ACI Structural Journal, v. 106, n. 2, p. 178-186, 2009.

SAHOO, D. K.; SINGH, B.; BHARGAVA, P. **Minimum Reinforcement for Preventing Splitting Failure in Bottle-Shaped Struts.** ACI Structural Journal, v. 108, n. 2, p. 206-216, 2011.

- SANDERS, D. H. e BREEN, J. E. **Post-Tensioned Anchorage Zones with Single Straight Concentric Anchorages.** ACI Structural Journal, v. 94, n. 2, p. 146–158, 1997.
- SCHLAICH, J. e SCHAFER, K. **Projeto e detalhamento de concreto estrutural utilizando modelos de bielas e tirantes.** Structural Engineer, v. 69, p.113 – 125, 1991.
- SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. **Toward a consistent design of structural concrete.** PCI Journal, v. 32, p. 74–150, 1987.
- SETIAWAN, A.; VOLLM, R. L.; MACORINI, L.; IZZUDDIN, B. **Efficient 3-D modelling of punching shear failure at slab-column connections by means of nonlinear joint elements.** Engineering Structures, v. 197, 2019.
- SHU, J.; FALL, D.; LUNDGREN, K.; PLOS, M.; ZANDI, K. **Development of modelling strategies for two-way RC slabs.** Engineering Structures, v. 101, p. 439-449, 2015.
- SILVA, R. C. e GONGO, J.S. **Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado.** 1<sup>a</sup> Ed., EESC-USP, 2000.
- SU, R. K. L. e LOOI, D. T. W. **Revisiting Unreinforced Strut Efficiency Factor.** ACI Structural Journal, v. 113, n. 2, 2016.
- TURSCHERER, R. G.; BIRRCHER, D. B.; BAYRAK, O. **Reducing Discrepancy between Deep Beam and Sectional Shear-Strength Predictions.** ACI Structural Journal, v. 113, n. 1, 2016.
- VAN MIER, J. G. M. **Multi-axial strain-softening of concrete, Part I: fracture, Part II: load-histories.** Materials and Structures, RILEM, 19: pp. 179-191, 1986.
- VECCHIO, F. J. e COLLINS, M. P. **The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear.** ACI Structural Journal, 83(2): pp. 219–231, 1986.
- WIGHT, J. K. e MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete: mechanics and design – 6 ed.** New Jersey: Pearson Education, Inc., 2012.
- ZHOU, L. **Investigation of Bursting Stress and Spalling Stress in Post-tensioned Anchorage Zones.** International Journal of Concrete Structures and Materials, v. 16, p. 55-67, 2021.